

Лабораторная работа 4.4.1  
Амплитудная дифракционная решетка

Яковлева Саша, группа 625

11 мая 2018 г.

**Цель работы:** знакомство с работой гониометра и определение спектральных характеристик амплитудной решетки.

В работе используются ртутная лампа, гониометр, амплитудная дифракционная решетка, плоскопараллельная пластинка, призмный уголкоый отражатель, щель с микрометрическим винтом.

Амплитудную решетку можно представлять как непрозрачный экран, на котором прорезаны штрихи ширины  $b$  с периодом  $d$ . С помощью настроенной на бесконечность трубы на ней наблюдается дифракция Фраунгофера, причем интенсивность дифрагированного света максимальна для направлений  $\varphi_m$  (отсчитываются от нормали):

$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (1)$$

Здесь  $m$  - целое число, называемое порядком спектра. Дифракция проиллюстрирована на рисунке 1.

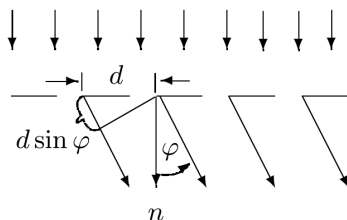


Рис. 1: Дифракция световых волн на решетке

Амплитудная решетка, как и любой другой спектральный прибор, описывается рядом величин.

**Угловая дисперсия**  $D$  характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями и равна:

$$D(\lambda) = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

С учетом выражения (1) для угловой дисперсии амплитудной решетки верно:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}} \quad (2)$$

**Разрешающая способность**  $R$  отвечает наименьшему значению разности длин волн  $\delta\lambda$ , измеримой данным прибором:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

Рассмотрим падение света на решетку, состоящую из  $N$  штрихов. При достаточном уменьшении размера щели уменьшается интенсивность, а ширина линий остается неизменной - достигается предел ширины линии. Определим угловое расстояние  $\delta\varphi$  - полуширину линии. Две волны погасят друг друга (минимум интенсивности), если их разность хода отличается на  $\lambda/N$ . Из этого соображения и с учетом выражения (1) имеем:

$$d \sin(\varphi_m + \delta\varphi) = m\lambda + \lambda/N$$

При  $\delta\varphi \ll 1$  получим:

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi_m} \quad (3)$$

В то же время, угловое расстояние между двумя линиями определяется дисперсией:

$$\Delta\varphi \approx D\delta\lambda = \frac{m}{d \cos \varphi_m} \cdot \delta\lambda \quad (4)$$

Руководствуясь критерием Релея, приравняем полуширину линии  $\delta\varphi$  и расстояние между двумя соседними  $\Delta\varphi$ :

$$\frac{\lambda}{Nd \cos \varphi_m} = \frac{m}{d \cos \varphi_m} \cdot \delta\lambda \rightarrow \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm \quad (5)$$

В работе для измерения углов используется гониометр, принципиальная схема которого показана на рисунке 2. Его настройка проводится в соответствии с дополнительным описанием.

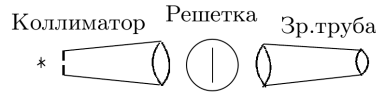


Рис. 2: Схема экспериментальной установки (вид сверху)

## 1 Исследование спектра ртутной лампы

Проведем юстировку гониометра; установим начало отсчета углов на  $180^{\circ}01'00''$  для предохранения винта. Расположим исследуемую решетку ( $N = 100$  штрих/см) на столике так, чтобы ее плоскость была перпендикулярна оси зрительной трубы. Ширину входной щели подберем следующим образом: ширина линий желтого дублета чуть больше двойного штриха окулярной шкалы. Отрегулируем высоту щели.

Наблюдаемый спектр в целом совпадает с указанным в справочниках спектром лампы ДРШ, однако, синюю линию не видно. Уже во втором порядке замечено наложение линий одного цвета на линии другого.

Измерим угловые координаты спектральных линий ртути  $\varphi_m$  в  $m = \pm 1$  порядках; они занесены в таблицу 1 с учетом поправки на сдвинутое относительно нуля начало отсчета. Погрешность измерения угла примем равной  $2''$ .

На основании таблицы 1 построим график зависимости  $\sin \varphi_m(\lambda)$ , где  $\lambda$  - длина волны соответствующий линии, взятая из справочных данных. Он показан на рисунке 3. Черным

маркером обозначены измерения линий в порядке  $m = 1$ , а незакрашенным - в  $m = -1$ . Экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую, что соответствует теоретической зависимости (1). Профитируем график, учитывая точки от обоих порядков и тем самым усредняя полученные значения.

Определим период решетки  $d$  из коэффициента наклона графика  $b = (8,93 \pm 0,15) \cdot 10^{-5}$  1/нм:

$$d = \frac{\lambda}{\sin \varphi} = 1/b = (11,19 \pm 0,19) \text{ мкм}$$

В действительности  $d = 10$  мкм.

Спектральные линии ртути порядка $m = 1$						
Цвет	$\lambda$ , нм	$\varphi_m$ , °	$\varphi$ , '	$\varphi_m$ , ''	$\sin \varphi$	$\Delta \sin \varphi$
Фиолетовый	404,7	2	31	37	0,0441	0,0004
Зеленый	546,1	3	9	49	0,0552	0,0004
Желтый 2	577,0	3	20	10	0,0582	0,0003
Желтый 1	579,1	3	21	3	0,0585	0,0003
Красный 2	623,4	3	36	25	0,0629	0,0003
Красный 1	690,7	3	59	43	0,0697	0,0003
Спектральные линии ртути порядка $m = -1$						
Фиолетовый	404,7	2	33	22	0,0252	0,0008
Зеленый	546,1	3	12	46	0,0486	0,0004
Желтый 2	577,0	3	22	6	0,0459	0,0004
Желтый 1	579,1	3	23	19	0,0456	0,0004

Таблица 1: Зависимость синуса угловой координаты линии ртути от длины ее волны

## 2 Определение дисперсии в спектрах разного порядка

Измерим угловые координаты  $\varphi_m$  линий желтого дублета для нескольких видимых порядков спектра  $m$ . По ним восставим величину  $\delta\varphi$  - угловое расстояние между «желтый 1» и «желтый 2» - и рассчитаем угловую дисперсию  $D = \delta\varphi/\delta\lambda$ . Данные занесены в таблицу 2. Длины волн линий в дублете различаются на известную величину  $\delta\lambda = 2,1$  нм.

$m$	$\delta\varphi$ , '	$\delta\varphi$ , ''	$D$ , 1/нм	$\Delta D$ , 1/нм
1	0	53	0,000122	0,000009
-1	0	47	0,000109	0,000009
-2	1	41	0,000233	0,000009
-3	2	3	0,000284	0,000009
-4	3	20	0,000462	0,000009

Таблица 2: Зависимость угловой дисперсии от порядка спектра  $D(m)$

На основании таблицы 2 на рисунке 4 нанесены экспериментальные точки в координатах  $D(m)$ , величина  $m$  взята по модулю.

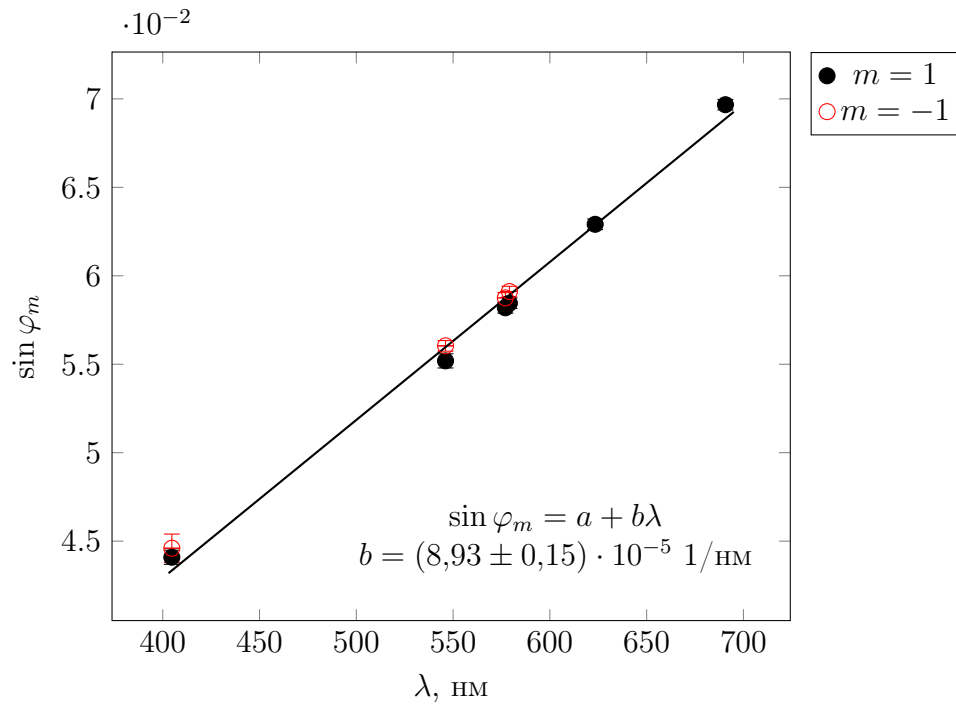


Рис. 3: График зависимости синуса угловой координаты линии ртути от длины ее волны

Проверим визуально, насколько полученные данные отвечают теоретической зависимости (2). Для этого построим на графике 4 кривые по формуле (2) для среднего значения длины волны желтого дублета  $\lambda = 578 \text{ нм}$ , настоящего периода решетки  $d_r = 10 \text{ нм}$  (черная кривая) и вычисленного в пункте 1  $d_e \approx 11 \text{ нм}$  (пунктирная кривая). Видно, что кривая  $d_r = 10 \text{ нм}$  лучше проходит через точки.

### 3 Оценка разрешающей способности прибора

Оценим, во сколько раз больше расстояние между линиями желтого дублета  $\Delta\varphi$ , чем ширина линии  $\delta\varphi$  для конкретного порядка спектра  $m$ . Величины  $\Delta\varphi$  взяты из таблицы 2 в радианах, по ним и измеренному отношению  $\Delta\varphi/\delta\varphi$  восстановлены искомые значения ширины линии в таблице 3.

$m$	$\Delta\varphi/\delta\varphi$	$\Delta\varphi, \cdot 10^{-6}$	$\delta\varphi, \cdot 10^{-6}$	$D, \text{ 1/нм}$	$\delta\lambda, \text{ нм}$	$\Delta\delta\lambda, \text{ нм}$
1	4	228	57,0	0,000109	0,53	0,06
2	6	490	81,6	0,000233	0,35	0,02
3	10	596	59,6	0,000284	0,21	0,02

$m$	$R, \cdot 10^3$	$\Delta R, \cdot 10^3$	$N, \cdot 10^3$	$\Delta N, \cdot 10^3$	$L, \text{ см}$	$\Delta L, \text{ см}$
1	1,10	0,13	1,10	0,13	11,0	1,3
2	1,65	0,12	0,83	0,06	8,3	0,6
3	2,8	0,2	0,92	0,08	9,2	0,8

Таблица 3: Расчет характеристик установки

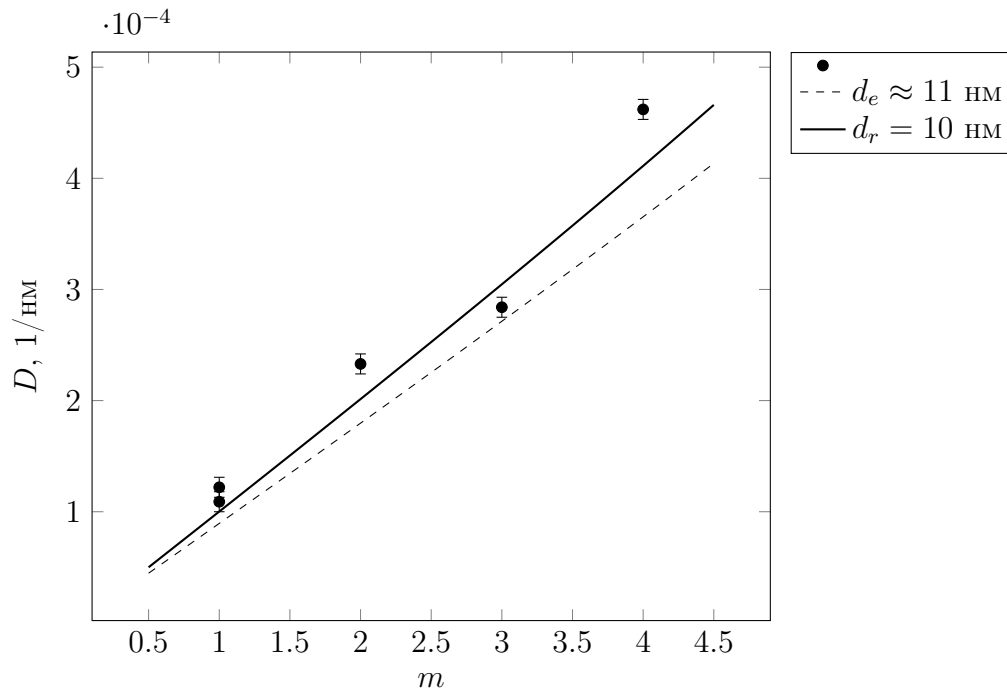


Рис. 4: График зависимости угловой дисперсии от порядка спектра

С учетом поправок на различия в расстоянии между линиями желтого дублета и их шириной, по формуле (4) для каждого порядка спектра  $m$  рассчитаем разрешимый спектральный интервал:  $\delta\lambda = \delta\varphi/D$ . Погрешность величин указана в соответствии с правилом погрешности произведения.

Зная среднюю длину волны желтой линии  $\lambda = 578$  нм, легко оценить разрешающую способность:  $R = \lambda/\delta\lambda$ . Вычисления приведены в таблице 3. По формуле (5) получено эффективное работающих число штрихов на решетке  $N$  и эффективная длина  $L$  работающей поверхности решетки как  $L = N/100$ , где 100 - известный параметр установки, количество штрихов на сантиметр.

**Вывод:** 1) в работе проведено исследование спектра ртутной лампы, измерены угловые координаты спектра и построена зависимость синуса координаты линии от ее длины волны в первом порядке. По графику найден период решетки  $d$ , отличающийся на 10% от действительного. 2) Определена угловая дисперсия в спектрах разного порядка. Полученный разброс значений плохо соотносится с теоретической зависимостью дисперсии от порядка спектра. 3) Рассчитаны следующие характеристики установки: разрешимый спектральный интервал, разрешающая способность, эффективное количество штрихов решетки. Погрешность определения порядка 10%.

Величины, полученные по экспериментальным данным отличаются от истинных, так как установка требует аккуратного обращения с ней.