

Лабораторная работа 4.6.2  
Туннелирование миллиметровых радиоволн

Яковлева Саша, группа 625

15 марта 2018 г.

**Цель работы:** экспериментальное исследование эффекта проникновения электромагнитных волн - туннелирования - через воздушный зазор между диэлектрическими призмами при полном внутреннем отражении; моделирование интерферометра Майкельсона и измерение длины волны излучения, показателя преломления фторопласта для радиоволн миллиметрового диапазона.

В работе используются генератор СВЧ-колебаний с рупорной антенной, приемная антенна и волновод, детектор, микроамперметр, металлические зеркала, две призмы и плоскопараллельная пластина фторопласта, микрометрические винты.

Рассмотрим преломление и отражение волны на границы двух сред. Индекс 1 относится к падающей волне, 2 - к преломленной. Иллюстрация приведена на рисунке 1. Предполагаем, что во второй среде волна неоднородная.

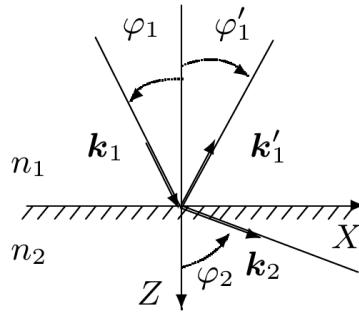


Рис. 1: Преломление и отражение волны на границе двух диэлектриков

В случае прохождения волны из более плотной среды и менее плотную при угле падения  $\varphi_{cr}$  возникает эффект полного внутреннего отражения:

$$\sin \varphi_{cr} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1}$$

Если угол падения превышает предельный, то верно:  $k_1 \sin \varphi_1 > k_1 \sin \varphi_{cr} = k_2$ . Из граничных условий (равенство тангенсальных составляющих волны) следует:  $k_1 \sin \varphi_1 = k_{2x}$ ,  $k_{2x}$  - проекция волнового вектора  $k_2$  на ось  $x$ . Отсюда  $k_{2x} > k_2 = \sqrt{k_{2x}^2 + k_{2z}^2}$ . Получаем выражение для  $k_{2z}$ :

$$k_{2z} = \pm i \sqrt{k_{2x}^2 - k_2^2} = \pm i \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2} = \pm i \varkappa$$

Здесь коэффициент  $\varkappa = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}$ .

Тогда интенсивность экспоненциально затухающей волны изменяется с расстоянием вдоль оси  $z$  по закону:

$$I \sim e^{-z/\Lambda}$$

Здесь введен коэффициент  $\Lambda = 1/2\varkappa = \frac{1}{2\sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}} = \frac{1}{2k_2 \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} = \frac{\lambda_2}{4\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}}$ .

В данной работе вторая среда является тонкой воздушной прослойкой между пластинами. При полном внутреннем отражении на границе диэлектрик-воздух неоднородная волна проходит в прослойку и с меньшей интенсивностью достигает второй пластины, где далее распространяется как однородная. Этот эффект называется **туннелированием**.

# 1 Исследование туннелирования радиоволн

Схема установки показана на рисунке 2. Миллиметровые радиоволны излучаются генератором и с помощью антенны  $A_1$  излучаются в пространство. На пути радиоволн установлены две призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  из фторопласта, ограничивающие воздушную прослойку, ширина которой регулируется микроскопическими винтами  $M_1$  и  $M_2$ . Антенна  $A_2$  принимает радиоволны; детектор  $D$  подсоединен к микроамперметру, ток, регистрируемый прибором, пропорционален интенсивности излучения. Положение  $I$  соответствует принятию сигнала, прошедшего через прослойку воздуха, а  $II$  - сигнала, отраженного на границе раздела сред.

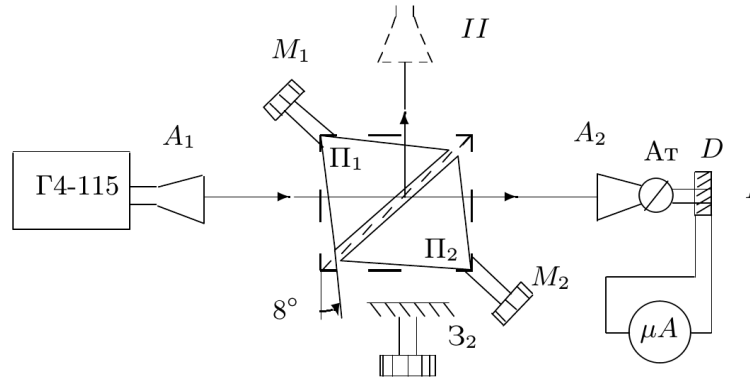


Рис. 2: Схема установки для исследования туннелирования миллиметровых радиоволн

С увеличением ширины прослойки  $l$  интенсивность падает монотонно.

Снимем зависимость интенсивности от  $l$  для прошедшего воздушную прослойку сигнала на частоте  $\nu = (36,75 \pm 0,03)$  ГГц. Измерения занесены в таблицу 1. Погрешность определения ширины прослойки  $l$  примем равной цене деления микрометрического винта 0,02 мм, а погрешность показаний амперметра - 0,02 мкА в соответствии с паспортом прибора. В таблице 1 также содержатся отношения интенсивностей при данной ширине зазора к максимальной - коэффициент преломления:  $T = J/J_{max}$ . Погрешность этой величины оценим сверху - 0,004, эта оценка соответствует честным расчетам.

Аналогичная зависимость интенсивности от ширины зазора для отраженной волны содержится в таблице 2. Коэффициент отражения  $R$  равен  $J/J_{max}$ .

$l$ , мм	0,00	0,50	1,60	1,80	2,20	2,60	2,80	3,00	3,20	3,40
$J$ , мкА	7,90	7,85	7,30	6,90	6,10	5,40	4,85	4,40	3,90	3,50
$T$	1,000	0,994	0,924	0,873	0,772	0,684	0,614	0,557	0,494	0,443
$l$ , мм	3,20	3,00	2,80	2,60	2,40	2,20	1,80	1,60	0,50	0,00
$J$ , мкА	3,30	3,30	3,30	3,50	3,90	4,70	5,20	5,80	7,50	7,80
$T$	0,418	0,418	0,418	0,443	0,494	0,595	0,658	0,734	0,949	0,987

Таблица 1: Измерение зависимости интенсивности прошедшей через зазор волны от ширины воздушного зазора

$l$ , мм	7,20	7,00	5,00	4,60	4,20	3,60	3,20	2,80	
$J$ , мкА	7,80	7,50	7,70	7,50	7,20	6,60	6,00	5,20	
$R$	1,000	0,962	0,987	0,962	0,923	0,846	0,769	0,667	
$l$ , мм	2,60	2,40	2,30	2,20	2,10	1,95	1,90	1,85	
$J$ , мкА	5,10	4,60	4,20	4,10	4,00	3,60	3,45	3,10	
$R$	0,654	0,590	0,538	0,526	0,513	0,462	0,442	0,397	
$l$ , мм	1,80	1,65	1,30	1,10	0,90	0,80	0,60	0,50	0,20
$J$ , мкА	2,90	2,80	1,50	1,40	0,80	0,50	0,40	0,20	0,00
$R$	0,372	0,359	0,192	0,179	0,103	0,064	0,051	0,026	0,000

Таблица 2: Измерение зависимости интенсивности отраженной волны от ширины воздушного зазора

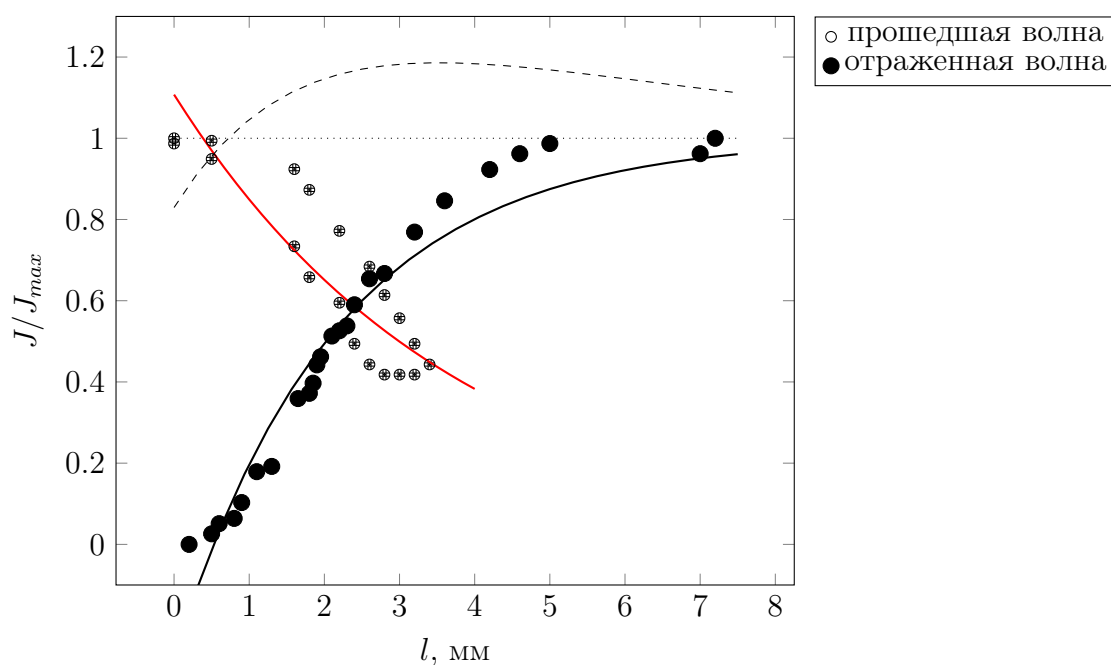


Рис. 3: Графики зависимости коэффициентов  $T$  и  $R$  от величины зазора  $l$

На рисунке 3 показаны графики зависимостей  $T(l)$  и  $R(l)$ . Для получения зависимости для прошедшей волны применялось фитирование функцией вида  $Ae^{Bl}$ , как того требует теория, а для получения зависимости для отраженной волны:  $1 - Ce^{Dl}$ . Также представлена сумма коэффициентов  $T(l) + R(l)$ , теоретически эта сумма неизменна и равна единице, однако экспериментальная кривая лежит строго выше. Фитирование выполнено с помощью программного пакета ROOT.

По таблице 1 и графику 3 можно видеть, что при показаниях микрометра от 3,20 до 2,80 мм и от 0,00 до 0,50 мм значение  $T$  не изменялось. Это соответствует обнаруженному **холостому** ходу микрометрического винта длиной примерно 0,8 мм. В последующей обработке данных будет рассматривать только увеличение щели при измерениях для прошедшей волны.

Получим зависимость  $\ln(T) = f(l)$ , где  $l$  - показания микрометра. Согласно теории, эта график зависимости должен быть прямой линией. Расчеты проведены на основе таблицы 1 и занесены в таблицу 3. Абсолютная погрешность  $\ln(T)$ , как известно, равна относительной погрешности аргумента  $T$ ; примем ее равной для всех значений 0,004.

$l$ , мм	0,00	0,50	1,60	1,80	2,20	2,60	2,80	3,00	3,20	3,40
$\ln(T)$	0,000	-0,006	-0,079	-0,135	-0,259	-0,380	-0,488	-0,585	-0,706	-0,814

Таблица 3: Измерение логарифмической зависимости коэффициента прошедшей волны от показаний винта микрометра  $\ln(T)(l)$

При построении графика искомой зависимости не будем учитывать первые две точки. График зависимости представлен на рисунке 4. Прямая проведена в соответствии с методом наименьших квадратов, ее коэффициенты и их погрешности отражены на графике.

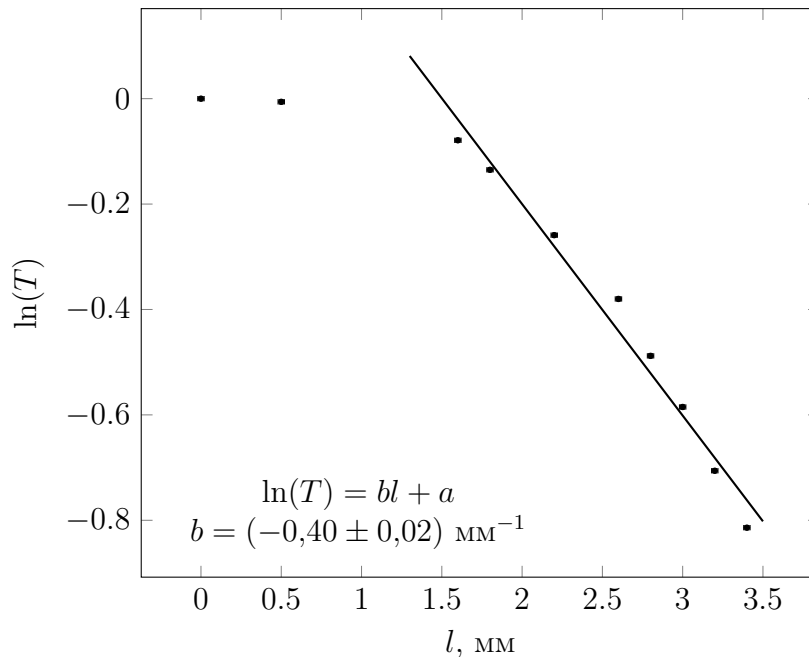


Рис. 4: График зависимости коэффициента прошедшей волны от показаний винта микрометра  $\ln(T)(l)$

Определим по наклону прямой на рисунке 4 коэффициент затухания волны  $\Lambda$  и показатель преломления фторопласта  $n$ .

Согласно теории, зависимость интенсивности от показаний микрометрического винта  $l$  экспоненциальная:  $I = I_0 e^{-\frac{l}{\Lambda}}$ . Тогда зависимость для коэффициента  $T$ , как уже было замечено выше, имеет вид:  $T = e^{-\frac{l-l_{max}}{\Lambda}} = T_0 e^{-\frac{l}{\Lambda}}$ , где  $l_{max}$  - показания для нормировочного коэффициента  $I_{max}$ . В свою очередь,  $\ln(T) = -T_0 \frac{l}{\Lambda}$ . Причем коэффициент перед экспонентой известен из фитирования (см. рисунок 3) и равен  $T_0 \approx 1,11$ . Тогда коэффициент наклона  $-b$  экспериментальной зависимости на рисунке 4 равен, согласно теории,  $T_0/\Lambda$ . Относительная погрешность  $\Lambda$  совпадает с относительной погрешностью  $b$ . Таким образом, для коэффициента затухания волны имеем:

$$\Lambda = (2,77 \pm 0,14) \text{ мм}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda_2}{4\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} \rightarrow n \sin \varphi_1 = \left( \frac{\lambda_2}{4\pi \Lambda} \right)^2 + 1$$

Здесь  $\lambda_2 = 0,6$  мкм - длина электромагнитной волны в воздухе. Таким образом,  $\lambda_2 \ll \Lambda$  и  $n \sin \varphi_1 \approx 1$ . Из геометрии схемы установки (изображена на рисунке 2)  $\varphi_1 \approx 45^\circ$ . Отсюда найдем коэффициент преломления фторопласта:

$$n \approx 1/\sin \varphi_1 = 1,4$$

Полученный коэффициент преломления с хорошей точностью совпадает с табличным значением, что свидетельствует о грамотной обработке данных.

## 2 Интерферометр Майкельсона

Небольшая реконструкция схемы, показанной на рисунке 2, помогает позволяет смоделировать интерферометр Майкельсона. Однако в процессе выполнения лабораторной работы произошла ошибка и была собрана схема, отличная от схемы интерферометра, но позволяющая по заданному алгоритму определить параметры установки. Эта схема изображена на рисунке 5.

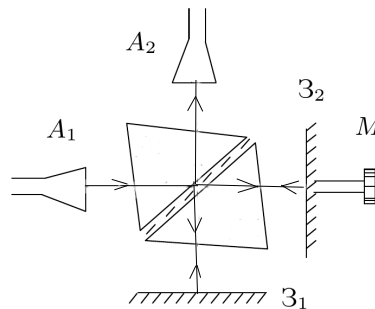


Рис. 5: Схема установки для применения интерференционного метода

Для измерения показателя преломления фторопласта между неподвижным зеркалом и призмой устанавливается пластинка из фторопласта толщины  $h$ .

Разность хода лучей отличается от разности в интерферометре Майкельсона и составляет:

$$\Delta = 2h(n + 1) + 2\delta x + L$$

Здесь  $\delta x$  - сдвиг подвижного зеркала, а  $L$  - общая оптическая длина дополнительного пути внутри призм.

Снимем зависимость тока  $J$  от координаты  $x$  подвижного зеркала без помещенной пластины. Абсолютные погрешности величин равны погрешностям аналогичных измерений в первой части работы. Измерения занесены в таблицу 4.

$x$ , мм	55,00	55,50	56,00	56,50	57,00	57,50	57,62	57,83	57,94	58,16	58,31
$J$ , мкА	2,90	4,50	6,10	7,20	7,90	7,10	6,50	5,50	5,00	4,00	2,85
$x$ , мм	58,50	58,65	59,00	59,15	59,40	59,80	60,20	60,70	61,00	61,40	
$J$ , мкА	1,45	0,80	2,10	3,10	4,10	5,00	6,10	7,00	7,20	7,00	

Таблица 4: Измерение зависимости интенсивности от координаты подвижного зеркала  $x$

На основе таблицы 4 построен график зависимости  $J(x)$  на рисунке 6. Для наглядности экспериментальные точки соединены кривой.

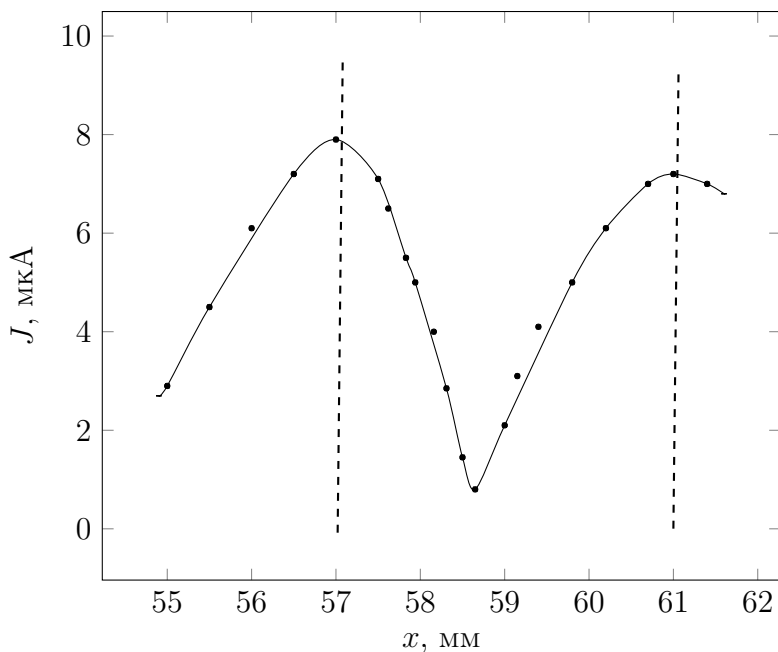


Рис. 6: График зависимости показаний амперметра от  $J$  от координаты подвижного зеркала  $x$

Проанализируем график данные на рисунке 6. Для получения следующего максимума подвижное зеркало нужно было подвинуть на величину  $\Delta x \approx 4$  мм. Длина хода луча при этом возросла на 8 мм. Значит, длина волны  $\lambda \approx 8$  мм.

Ошибку разумно принять равной 0,2 мм, так как максимумы размыты.

Рассчитаем длину волны по рабочей частоте генератора  $\nu = (36,75 \pm 0,03)$  ГГц:  $\lambda = c/\nu \approx 8,16$  мм.

Длина электромагнитной волны, определенная экспериментально, с хорошей точностью совпадает с более точно полученным значением.

Поместим между неподвижным зеркалом и призмой, тем самым еще увеличив разность хода на  $2h(n-1)$ , для данной установки -  $h = 6,2$  мм. Будем отодвигать подвижное зеркало и следить за координатами его, соответствующих последовательным максимумам интенсивности (тока), погрешность в таком измерении микрометрическим винтом по-прежнему считаем равной 0,5 мм:

$$x_m : 61,0 \rightarrow x_{m+1} : 62,4$$

Разность координат  $\Delta x_p = 1,4 \pm 0,2$  мм при наличии пластины отличается от расстоянием между максимумами в ее отсутствии на  $\Delta = 2,6 \pm 0,6$  мм. Эту величину и компенсирует прирост хода в пластине. Получим следующее выражение для показателя преломления фторопласта:

$$\Delta = h(n-1) \rightarrow n = \frac{\Delta}{h} + 1 = 1,4 \pm 0,3$$

В пределах погрешности это значение совпадает с значением, определенным в первой части работы по туннелированию, и с табличным значением.

**Вывод:** в работе исследован эффект туннелирования; найден коэффициент преломления материала призм - фторопласта - двумя методами: туннелирования и интерференционным; вычислена длина волны излучения. Результаты не очень точны: ошибка измерений составила около 20%, хотя по среднему значению они близки к настоящим значениям. Это можно объяснить неполадками установки (был обнаружен холостой ход измерительного винта), сложностью определения максимума интерференции.