

**Учреждение Российской академии наук
Институт ядерных исследований РАН**

На правах рукописи

Нозик Александр Аркадьевич

Результаты обработки данных эксперимента «Троицк ню-масс» по прямому
измерению массы электронного нейтрино

Специальность 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель – доктор физико-математических наук,
В. С. Пантуев

Москва, 2011

Введение.....	4
Глава 1. Экспериментальное определение массы нейтрино.....	6
1.1. История открытия нейтрино.....	6
1.2. Теоретическое описание свойств нейтрино.....	8
1.3. Осцилляции нейтрино.....	9
1.4. История экспериментов по определению массы нейтрино.....	11
1.4.1. Двойной бета-распад.....	12
1.4.2. Измерение бета-спектра.....	13
1.5. Эксперименты в Троицке и Майнце.....	16
Глава 2. Установка «Троицк ню-масс».....	18
2.1. Общий вид установки.....	18
2.2. Тритиевый молекулярный источник электронов.....	20
2.3. Адиабатический инвариант и магнитная система транспортировки.....	24
2.4. Спектрометр.....	26
2.5. Детектор электронов.....	27
2.6. Криогенная система.....	29
2.7. Масс-спектрометр.....	29
2.8. Фотоэлектронная пушка.....	31
Глава 3. Описание экспериментального спектра электронов.....	33
3.1. Спектр электронов в бета-распаде трития.....	33
3.1.1. Учет отдачи ядра.....	36
3.1.2. Учет спектра конечных состояний.....	37
3.1.3. Тепловые эффекты.....	38
3.1.4. Продолжение спектра в нефизическую область.....	39
3.2. Потери энергии в газообразном источнике.....	42
3.2.1. Спектр потерь.....	42
3.2.2. Использование приближенного спектра потерь.....	45
3.2.3. Вероятность неупругих потерь и эффективная толщина источника.....	46
3.2.4. Экспериментальное определение эффективной толщины источника.....	49
3.2.5. Траппинг-эффект.....	55
3.2.6. Полный спектр потерь.....	58
3.3. Функция разрешения спектрометра.....	58
3.4. Окончательный спектр.....	61
Глава 4. Процедура обработки.....	63
4.1. Метод квазиоптимальных весов.....	63
4.1.1. Суть метода.....	64
4.1.2. Проверка эффективности метода.....	65
4.2. Среда разработки BlackBox.....	67
4.2.1. Подсистемы Numass, Numath и Bayesian.....	68
4.3. Предварительная обработка данных.....	69
4.3.1. Первичный отбор плохих файлов и точек.....	69
4.3.2. Отбор «пачек».....	70
4.4. Процедура отбора данных.....	72
4.4.1. Отброс наборов данных с неточными внешними параметрами.....	72
4.4.2. Выкидывание точек из спектра.....	73
4.5. Процедура фитирования.....	74
4.6. Дополнительные способы контроля.....	77
4.7. Интерпретация результатов фитирования.....	79
4.8. Независимая проверка результатов.....	81
Глава 5. Определение и учет систематических ошибок.....	83
5.1. Неопределенность эффективной толщины источника.....	83

5.2. Траппинг-эффект	86
5.3. Дрожание напряжения на электроде	87
5.4. Спектр конечных состояний.....	87
5.5. Другие источники неопределенностей.....	87
5.6. Сложение ошибок.....	88
Глава 6. Результаты анализа.....	90
6.1. Результаты по отдельным сеансам	90
6.2. Троицкая аномалия.....	91
6.2.1. Исследование аномалии.....	93
6.2.2. Ступенька или масса нейтрино?	98
6.3. Суммарный результат по всем сеансам.....	99
6.4. Сравнение методов оценки параметра вблизи границы его физической области...	100
6.5. Верхний предел на массу нейтрино.....	101
6.6. Использование результатов других экспериментов	102
6.7. Калибровочные измерения	103
6.7.1. Попытка теоретического объяснения сдвига.....	105
6.7.2. Установка «Троицк ню-масс II».....	108
6.8. Актуальность разработанных методов для будущих экспериментов	110
Заключение.....	113
Литература	114

Введение

Исследование свойств нейтрино – одно из основных направлений современной физики элементарных частиц. Несмотря на то, что научное сообщество тщательно исследует каждое проявление этой частицы (или, вернее, частиц), многое остается неизвестным. Одной из таких проблем является вопрос о массе нейтрино. В стандартной модели, сформировавшейся во второй половине XX века, нейтрино считается безмассовой частицей, как и фотон. Причина такого предположения заключается в том, что экспериментально обнаружено взаимодействие нейтрино только с левой спиральностью (подробнее см. разд. 1.2). Так как правых нейтрино не было обнаружено, логично было предположить, что их вовсе не существует, так же, как и фотонов с нулевой проекцией спина. Необходимым условием этого и является равенство нулю массы нейтрино.

Последние результаты по поиску и измерению параметров осцилляций нейтрино показывают, что известные нам состояния взаимодействия нейтрино (ν_e , ν_μ и ν_τ) не являются собственными массовыми состояниями, то есть являются смесью собственных массовых состояний ν_1 , ν_2 и ν_3 . Прямым следствием существования осцилляций между разными состояниями взаимодействия является наличие ненулевой разности квадратов масс массовых состояний, а это в свою очередь приводит к выводу, что по крайней мере два из трех состояний взаимодействия имеют ненулевую массу.

Несмотря на то, что измерение параметров осцилляций дает много информации о соотношении между свойствами разных массовых состояний и состояний взаимодействия, вопрос об абсолютной шкале масс нейтрино по-прежнему остается открытым.

В данной работе приводится анализ данных эксперимента «Троицк ню-масс» по измерению массы электронного антинейтрино в бета-распаде трития. Несмотря на простую физическую идею, этот эксперимент является

одной из наиболее технически сложных работ, проводившихся в 1990-е годы. Также нетривиальна и обработка его данных.

Работа состоит из шести глав. В первой представлен краткий обзор методов измерения массы нейтрино и результатов, полученных к этому моменту. Во второй главе приведено описание установки «Троицк ню-масс», в третьей – подробное описание модели, которая используется для спектра электронов, получаемых на установке. Четвертая глава содержит описание процедуры обработки данных. В пятой главе изложена методика учета систематических ошибок, и, наконец, в шестой приведены результаты анализа, а также рассмотрены перспективы измерений на установке «Троицк ню-масс» и дальнейшего использования установок подобного типа.

Глава 1. Экспериментальное определение массы нейтрино

1.1. История открытия нейтрино

С самого начала своего существования как объекта изучения элементарная частица нейтрино привлекала большое внимание. В теоретических расчетах она появилась задолго до того, как впервые была зарегистрирована экспериментально. В современной физике в большинстве случаев та или иная частица сначала предполагается теоретически и только потом, путем целенаправленных измерений, обнаруживается в физическом эксперименте.

В 1930-м году из всего «зоопарка» элементарных частиц известны были только электрон и протон. Дираком уже было высказано предположение о существовании позитрона ([1]), но сама эта частица все еще не была экспериментально обнаружена. Таким образом, в физической картине мира на тот момент существовало всего две частицы, и поводов увеличивать их количество ученые не видели. Согласно господствовавшей тогда трактовке принципа «бритвы Оккама» ([2]), добавление новых не обнаруженных экспериментально сущностей в общую картину мира не допускалось. Тем не менее описывать существующие явления при помощи набора тех средств, что имелись в наличии, становилось все сложнее.

Одной из основных нерешенных проблем был спектр электронов в бета-распаде. В процессе естественного радиоактивного распада нестабильных ядер фиксировались изменение заряда ядра и вылет электрона. Экспериментальные средства позволяли с некоторой точностью измерить энергию электрона. Нейтрон к тому времени открыт еще не был, но даже без информации о строении ядра кинематика распада выглядела странно: распад, в котором исходное ядро распадается на электрон и ядро отдачи, является двухчастичным. То есть, согласно законам сохранения энергии и импульса, энергия электрона строго определяется энергосвободением в распаде и

соотношением масс ядра отдачи и электрона. Экспериментальный спектр электронов должен выглядеть как монолиния, слегка размытая аппаратным разрешением. На практике картина была совершенно иная. Наблюдался непрерывный спектр по энергии электронов от нуля и до ожидаемой в двухчастичном случае энергии электрона.

Вопрос о спектре бета-распада стоял настолько остро, что Нильс Бор даже предположил, что глобальный принцип сохранения энергии не имеет силы на уровне взаимодействия элементарных частиц. Решение появилось только в 1930 году и вызвало огромный резонанс в научной среде. На конференции физиков в Тюбингенском университете было оглашено письмо Вольфганга Паули, адресованное Гансу Гейгеру и Лизе Мейтнер, но предназначенное для всех участников, в котором он кратко излагал свои соображения по вопросу существования еще не обнаруженной, электрически нейтральной частицы, которую он назвал нейтроном. Предполагалось, что эта частица рождается в бета-распаде наряду с электроном и «уносит» недостающую часть энергии. Сам Паули к своей теории относился поначалу критично, так как не верил, что обозначенную им частицу можно обнаружить экспериментально. Впрочем, быстрое развитие физики частиц показало правильность его предположения. В 1932 году Чедвиком ([3]) был открыт настоящий нейтрон, в 1934 году Ферми была создана полная теория бета-распада с участием нейтрино ([4]), которая отлично описывала экспериментальные данные, а в 1956 году, еще при жизни Паули, в эксперименте Райнеса и Коуэна было получено экспериментальное доказательство существования нейтрино.

Если говорить о параметрах новой частицы, то почти все основные ее характеристики были хорошо известны: спин – $\frac{1}{2}$, отсутствие электрического заряда. Не было только четкого представления о ее массе. Уже в первом своем сообщении о нейтрино Паули предполагает, что масса этой частицы составляет не более 0.01 протонной массы ([5]), то есть порядка 10 МэВ. Это

все еще в 20 раз больше, чем масса электрона, но тем не менее ясно, что речь идет о легкой частице.

1.2. Теоретическое описание свойств нейтрино

Остановимся на современных способах теоретического описания нейтрино.

До настоящего времени зарегистрированы только левое нейтрино ν_L и правое антинейтрино $\bar{\nu}_R$. Под левым понимается частица, имеющая левую спиральность (спин направлен против направления движения частицы), а под правым – правую (спин по направлению движения). Переход от левого нейтрино к правому антинейтрино может быть описан при помощи операторов зарядового и импульсного сопряжения:

$$(\nu_L)^{CP} = \bar{\nu}_R. \quad (1.2.1)$$

Существуют два подхода к описанию связи нейтрино и антинейтрино:

- Нейтрино совпадает с собственной зарядово-сопряженной частицей:

$$\begin{aligned} (\nu_L)^C &= \nu_L \\ (\bar{\nu}_R)^C &= \bar{\nu}_R \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

то есть нейтрино всегда имеет левую спиральность, а антинейтрино – всегда правую. Такую схему называют двухкомпонентной, или майорановской, а нейтрино майорановским.

- Нейтрино не совпадает с собственной античастицей, и в природе существуют правые нейтрино и левые антинейтрино, просто они пока не найдены. Такую схему называют четырехкомпонентной, или дираковской, а нейтрино дираковским.

Нужно заметить, что существенное различие этих двух схем проявляется только в том случае, если нейтрино имеет отличную от нуля массу. Действительно, если масса нейтрино равна нулю, то левое майорановское нейтрино никогда не сможет перейти в антинейтрино (осцилляция спина возможна только при наличии положительной массы [6]), а левое дираковское нейтрино никогда не перейдет в свое еще не изученное

правое состояние. При наличии даже малой массы ситуация меняется. Спин массивной частицы может меняться без внешнего воздействия, а значит, майорановское нейтрино может преобразоваться в антинейтрино, тем самым нарушая лептонное число сразу на 2 (лептонный заряд нейтрино – 1, а антинейтрино – -1). Дираковское нейтрино вообще может превратиться в необнаруженную частицу.

Как уже упоминалось, длительное время в стандартной модели нейтрино считалось безмассовой частицей, так что все разговоры о возможной тождественности нейтрино и антинейтрино носили академический характер.

1.3. Осцилляции нейтрино

Огромным прорывом для физики нейтрино стало открытие осцилляций нейтрино, то есть самопроизвольного перехода между нейтрино различного флейвора, или аромата: электронным, мюонным и тау-нейтрино.

Впервые возможность подобных осцилляций в конце 1940-х годов предсказал Б. Понтекорво ([7], [8]). Согласно его гипотезе наблюдаемые флейворные состояния не являются собственными массовыми состояниями ([6]), то есть каждое нейтрино является квантово-механической смесью нескольких собственных массовых состояний. Такое предположение было высказано по аналогии с осцилляцией нейтральных каонов. Позднее осцилляции были экспериментально обнаружены сначала для нейтрино от солнца ([9], [10] и [11]), а затем также для нейтрино, рожденных в процессе взаимодействия космических лучей с атмосферой земли ([12]). К настоящему моменту осцилляции наблюдались также в экспериментах с нейтрино от ускорителей ([13]) и реакторов ([14]).

В работах [6] и [15] рассмотрена формальная теория осцилляций. Согласно этой теории смешивание можно записать следующим образом:

$$|v_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{i\alpha} |v_{\alpha}\rangle. \quad (1.3.1)$$

Здесь $|v_i\rangle$ – флейворные квантовые состояния, или состояния взаимодействия; $|v_\alpha\rangle$ – собственные массовые состояния, а $U_{i\alpha}$ – матрица смешивания. В случае когда мы рассматриваем всего два флейворных состояния (в природе их на данный момент известно три), матрица смешивания выглядит следующим образом:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{i\varphi} \sin \theta \\ -e^{-i\varphi} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (1.3.2)$$

где θ – угол смешивания, а φ – так называемая CP-фаза, или фаза CP-нарушения (при этом CP-нарушение не влияет на параметры осцилляций). Используя такую матрицу, можно рассчитать, какова вероятность того, что испущенное нейтрино одного типа в детекторе будет зарегистрировано как нейтрино другого типа. Вероятность перехода из электронного состояния в мюонное может быть записана так:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2}{2p_\nu} x \right). \quad (1.3.3)$$

Здесь Δm^2 – модуль разницы квадратов масс между различными массовыми состояниями, p_ν – импульс нейтрино, а x – расстояние от места рождения до места поглощения.

Как видно, изучение осцилляций позволяет определить разницу квадратов масс между различными массовыми состояниями, но не может дать информацию о самих массах собственных состояний или эффективных массах флейворных состояний.

К настоящему моменту получены следующие значения для параметров осцилляций ([16]):

$$\begin{aligned} \sin^2(2\theta_{12}) &= 0.861_{-0.022}^{+0.026}; \\ \Delta m_{21}^2 &= (7.59 \pm 0.21) \times 10^{-5} \text{ eV}^2; \\ \sin^2(2\theta_{23}) &> 0.92 \quad 90\% \text{ C.L.}; \\ \Delta m_{32}^2 &= (2.43 \pm 0.13) \times 10^{-3} \text{ eV}^2; \\ \sin^2(2\theta_{13}) &< 0.15 \quad 90\% \text{ C.L.} \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

В научном обществе преобладает мнение, что абсолютные значения массы по порядку величины соответствуют разностям квадратов масс, полученных из осцилляций, но экспериментальных подтверждений этому пока нет.

1.4. История экспериментов по определению массы нейтрино

Вопрос о природе нейтрино и его массе оказался ключевым для ответов на многие вопросы физики. Неудивительно, что экспериментальное изучение этой частицы заняло важное место среди прочих вопросов экспериментальной физики. Эксперименты в этой области начались еще в 1950-х годах и не прекращаются до сих пор.

Рассмотрим основные возможности для экспериментального исследования нейтрино. Все нейтринные эксперименты можно разделить на две глобальные группы по типу источника нейтрино: наземные и внеземные.

Внеземные нейтрино попадают на Землю от солнца или удаленных космических объектов. В основном речь идет об измерении параметров осцилляций, но также присутствуют экзотические методы, например измерение задержки нейтринного всплеска по отношению к фотонному при взрыве сверхновых.

Эксперименты, использующие источники нейтрино на Земле, также можно разделить на две группы: ускорительные и неускорительные. Ускорительные нейтринные эксперименты (например, K2K [13], T2K [17]) сейчас направлены на изучение параметров осцилляций и наблюдение редких процессов с участием нейтрино. Ускорители обеспечивают большой поток нейтрино, но при этом фон от прочих частиц в таких экспериментах слишком высок для проведения сверхточных измерений. Это относится и к экспериментам с нейтрино от атомных реакторов: большой поток позволяет производить прямое детектирование нейтрино для изучения, например, осцилляций, но высокий фон закрывает возможность для точных измерений особых свойств нейтрино.

Наибольший интерес с точки зрения измерения массы нейтрино представляют низкофоновые неускорительные эксперименты. В таких экспериментах в большинстве случаев нет возможности детектировать сами нейтрино (потоки слишком малы), но низкие фоновые условия и длительные измерения позволяют ответить на вопросы, недоступные для изучения другими способами.

1.4.1. Двойной бета-распад

С точки зрения изучения массы нейтрино особый интерес представляет процесс так называемого двойного бета-распада. Сам по себе процесс, в котором в результате слабого взаимодействия рождается не один, а сразу два электрона и, соответственно, два нейтрино ($2\nu\beta\beta$), в стандартной модели является разрешенным (если удовлетворены условия закона сохранения энергии). В настоящее время такой распад уже экспериментально обнаружен на многих ядрах ([18]).

Если нейтрино имеет майорановскую природу, то наряду с двухнейтринным бета-распадом должен существовать и безнейтринный ($0\nu\beta\beta$), в котором при распаде ядра вылетают два электрона, но нет нейтрино. В упрощенном виде это значит, что нейтрино, рожденное в одном распаде, виртуально переходит в антинейтрино и поглощается в другом распаде. Вероятность такого процесса сильно подавлена вероятностью перехода нейтрино в антинейтрино, которая в свою очередь зависит от массы нейтрино. Но, в отличие от двухнейтринного случая, здесь речь идет о двухчастичном распаде (если пренебречь отдачей ядра), то есть электронный спектр должен представлять собой моноэнергетическую линию, что позволяет достаточно четко отделить эти события от фона. Кроме того, уже само наличие безнейтринного двойного бета-распада указывает на существование у нейтрино массы, притом майорановской природы.

Наилучший верхний предел на массу нейтрино в экспериментах по безнейтринному двойному бета-распаду получен группой «Гейдельберг –

Москва» и составляет $m_\nu < 0.35$ эВ 90 % С. Л. ([19]). В то же время в том же эксперименте обнаружено указание на наблюдение безнейтринного двойного бета-распада, что приводит к выводу о существовании положительной массы на уровне 0.1–0.9 ([20]).

1.4.2. Измерение бета-спектра

Бета-распад, процесс, в котором нейтрино были открыты, оказывается наиболее информативным с точки зрения изучения его свойств. Рассмотрим бета-распад в общем виде. Пусть в исходном состоянии имеется ядро N . В результате слабого распада в конечном состоянии образуются ядро N^* , электрон и нейтрино. Согласно закону сохранения энергии получаем:

$$m_N = m_{N^*} + m_e + m_\nu + T + E_e + E_\nu. \quad (1.4.1)$$

Здесь m – массы частиц, E – энергии частиц, а T – кинетическая энергия отдачи ядра. Энергию электрона можно выразить так:

$$E_e = \Delta - m_e - m_\nu - E_\nu, \quad (1.4.2)$$

где $\Delta = m_N - m_{N^*} - T$. Точка, в которой спектр электронов обращается в ноль, определяется как $E_0^* = \Delta - m_e - m_\nu$. Обращаем внимание на то, что граничной энергией бета-спектра называется величина $E_0 = \Delta - m_e$, полученная в предположении, что масса нейтрино равна нулю.

Видно, что если масса нейтрино отлична от нуля, то точка, в которой спектр электронов обращается в ноль, сдвигается по сравнению с граничной энергией без массы. Таким образом, тщательно измеряя форму спектра электронов вблизи граничной энергии бета-распада, можно получить информацию о массе нейтрино. Изменение формы дифференциального бета-спектра в зависимости от величины массы нейтрино показано на Рис. 1.

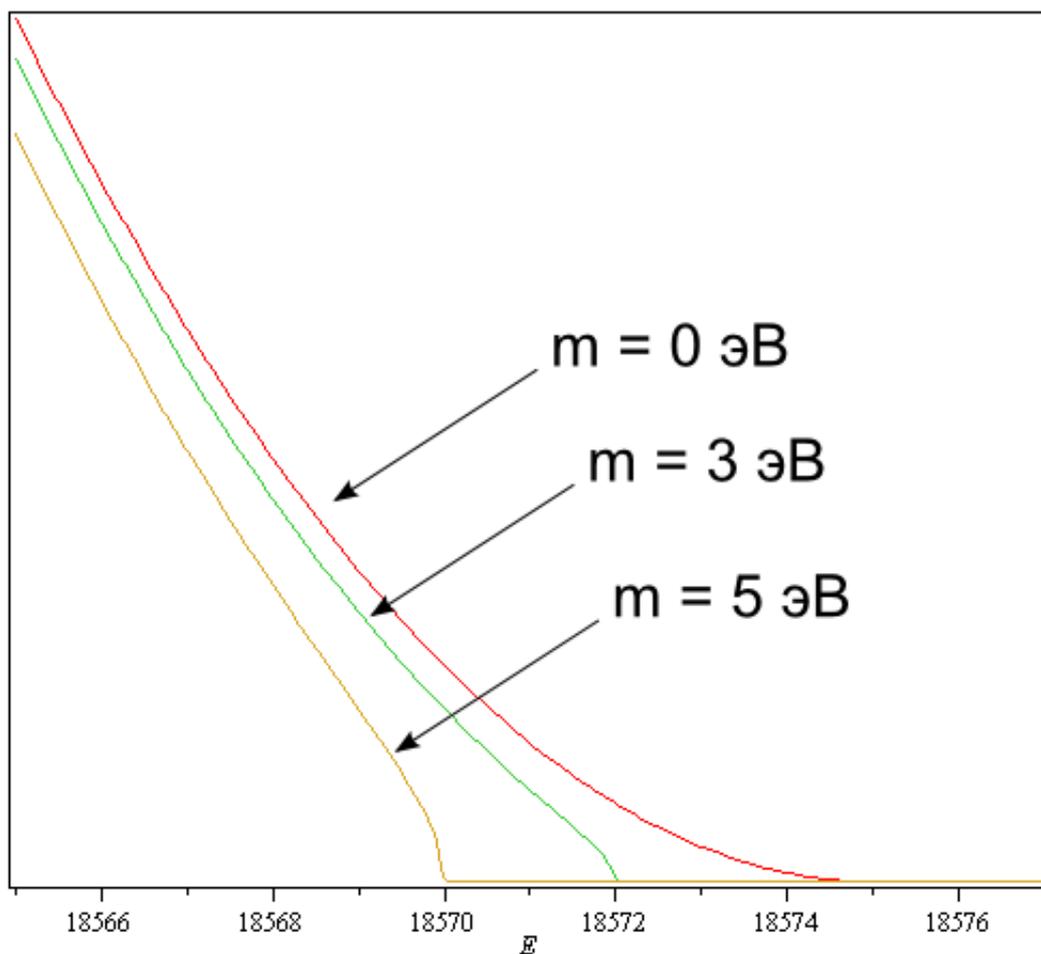


Рис. 1. Форма спектра электронов от бета-распада ядра вблизи граничной энергии при разных значениях массы нейтрино.

Следует обратить особое внимание на влияние смешивания нейтрино на спектр бета-электронов. Несмотря на то что в бета-распаде участвует только электронное нейтрино, необходимо учесть, что само оно не является собственным массовым состоянием. В действительности бета-спектр должен представлять собой сумму спектров для разных массовых состояний нейтрино (амплитуды при этом соответствуют углам смешивания). Из результатов экспериментов по измерению параметров осцилляций видно, что разница масс между различными собственными состояниями пренебрежимо мала по сравнению с разрешением современных экспериментов, так что измерению подлежит именно сумма массовых состояний, а не каждое из них в отдельности ([6]).

Эксперименты по изучению бета-спектра в качестве источника обычно используют изотоп водорода тритий. Такой выбор обусловлен двумя

факторами: во-первых, тритий обладает низкой граничной энергией бета-распада (18575 эВ), что позволяет изучать его методами физики низких энергий; во-вторых, при распаде тритий образует ион гелия-3, возбужденные состояния которого можно сравнительно легко рассчитать теоретически (как будет видно в разд. 3.1.2, это оказывается весьма существенным).

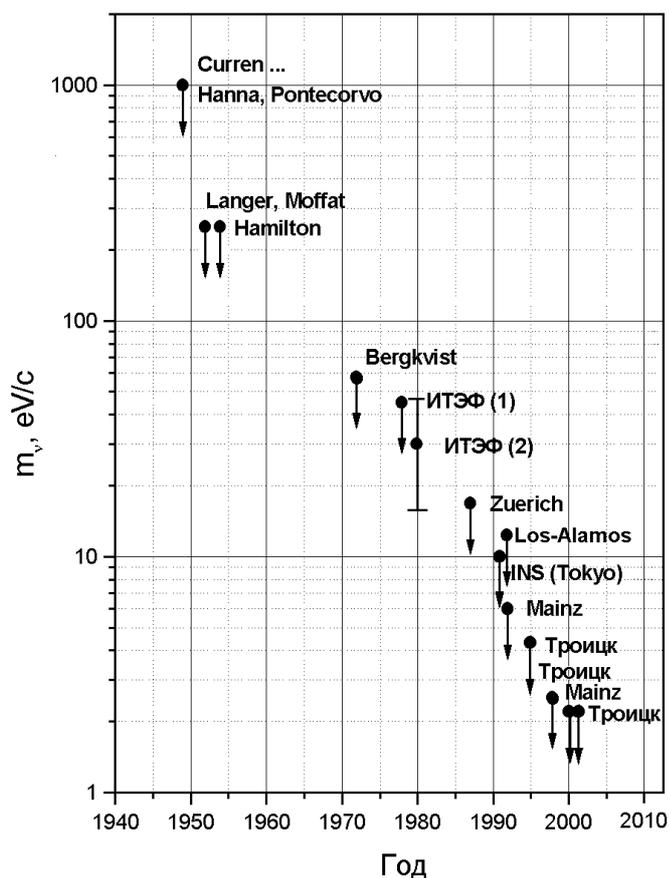


Рис. 2. История измерения массы электронного нейтрино.

На Рис. 2 представлены результаты различных экспериментов, использующих такой метод. Основной сложностью для этих экспериментов является то, что необходимая точность определения энергии электрона существенно выше, чем разрешение по энергии современных детекторов электронов. Поэтому для определения энергии электрона приходится использовать разнообразные электромагнитные спектрометры.

Особый интерес представляют эксперименты в Лос-Аламосе и Майнце. Лос-Аламосский эксперимент интересен главным образом тем, что в нем впервые был использован так называемый безоконный газовый источник трития ([21]). Газообразный тритий постоянно поступает в некоторый

распадный объем, но при этом система откачки организована таким образом, что перехватывает весь тритий до того, как он сможет попасть в спектрометр. Установка каких-либо преград между источником и спектрометром недопустима, так как даже тончайшие пленки полностью поглощают или неисправимо искажают энергетический спектр 18-кэВных электронов. Огромным достоинством источника данного типа является минимальное влияние искажений, вносимых взаимодействием в источнике, на конечный спектр электронов.

1.5. Эксперименты в Троицке и Майнце

Наилучшие результаты по измерению массы электронного антинейтрино в бета-распаде трития получены в двух экспериментах, проводившихся параллельно в ИЯИ РАН в Троицке (Россия) и в лаборатории университета Майнца (Германия).

Оба эксперимента используют одинаковый тип спектрометра, так называемый электростатический спектрометр с магнитной адиабатической коллимацией, или MAC-E filter (подробно см. гл. 2). В троичкой реализации спектрометр был предложен и сконструирован В. М. Лобашевым и П. Е. Спиваком в 1983 году ([22] и [23]). Спектрометры в обоих экспериментах аналогичны друг другу по конструкции и отличаются в основном размерами. Спектрометр в Майнце позволяет получить наилучшее разрешение по энергии электрона в районе 6 эВ ([24]). На троичком спектрометре получено разрешение 3.8 эВ.

Основное различие между двумя этими экспериментами в том, что они используют разный тип тритиевого источника. В троичком эксперименте используется безоконный газовый источник, а в Майнце тритий намораживался на подложку. Несмотря на то, что майнцевский источник оказался гораздо проще в эксплуатации, систематические эффекты, связанные с зарядкой подложки и взаимодействием электронов в

намороженном конденсате, существенно ограничили возможную точность измерений.

В статье [24] приводится окончательный результат измерений в Майнце:

$$m_\nu < 2.2 \text{ эВ} \quad 95\% \text{ C.L.}$$

Наилучший опубликованный результат троцкого эксперимента ([25]):

$$m_\nu < 2.05 \text{ эВ} \quad 95\% \text{ C.L.}$$

Последний получен с использованием допущения о дополнительной структуре в виде ступеньки, приводящей к искажению спектра и определяемой двумя дополнительными параметрами. Необходимость введения такой структуры была обусловлена тем фактом, что без ее использования оценка квадрата массы нейтрино оказывалась отрицательной (более четырех стандартных отклонений от нуля), что противоречит физическому смыслу (масса нейтрино и тем более ее квадрат должны быть положительными). Так как никаких физических причин возникновения ступеньки не было найдено, под сомнением оказались все результаты, полученные на «Троицк ню-масс». Кроме того, наличие необъясненной аномалии в спектре также ставило вопрос о дальнейшем использовании беззаконных газовых источников для измерения массы нейтрино.

Глава 2. Установка «Троицк ню-масс»

2.1. Общий вид установки

В основе эксперимента лежит принцип так называемого адиабатического движения электронов в магнитном поле. В данном случае под адиабатичностью движения подразумевается не отсутствие потерь энергии (магнитное поле не совершает работы над заряженной частицей, поэтому потерь быть и не может), а движение электрона вдоль одной силовой линии.

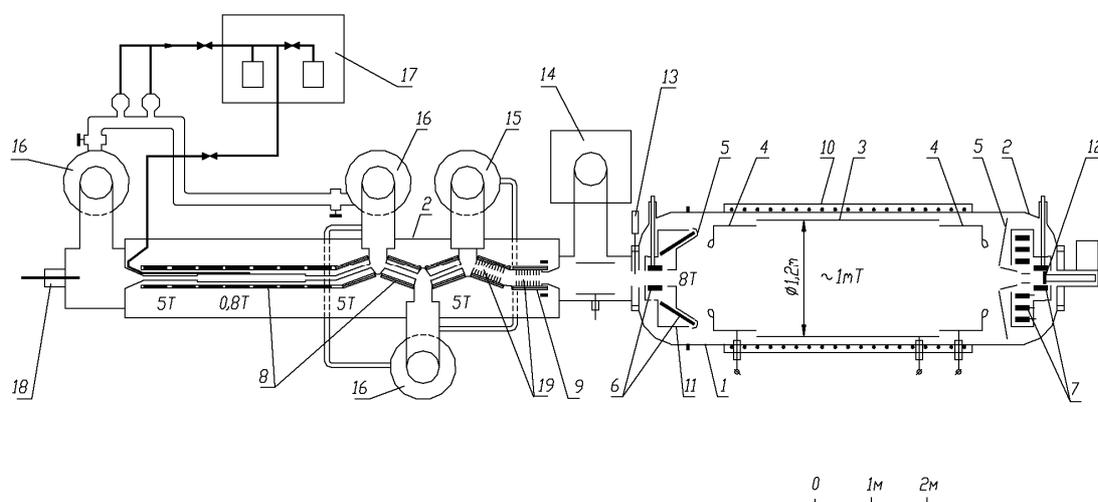


Рис. 3. Экспериментальная установка «Троицк ню-масс»: 1, 2 – вакуумный объем; 3, 4 – электростатическая система; 5 – заземленный электрод; 6–9 – сверхпроводящие магниты; 10 – теплый соленоид; 11 – азотный экран; 12 – Si(Li) детектор; 13 – аварийный шибер; 14 – магниторазрядный насос; 15, 16 – ртутные диффузионные насосы; 17 – система очистки трития; 18 – электронная пушка; 19 – аргоновая ловушка.

Электроны рождаются в результате бета-распада газообразного трития в тритиевом молекулярном источнике (ТМИ) – трубе длиной 3 м и диаметром 5 см, находящейся внутри криостата со сверхпроводящими магнитами. Аксиальное поле в трубе достигает 0.8 Тл. Затем при помощи системы магнитной транспортировки (поле до 5 Тл) электроны транспортируются к спектрометру.

Электростатический спектрометр с магнитной адиабатической коллимацией работает в интегральном режиме. С высоковольтного источника на электрод спектрометра подается высокое напряжение, сравнимое с граничной энергией бета-электронов от распада трития. Все электроны, энергия которых выше этого запирающего напряжения, проходят потенциальный барьер, образованный этим напряжением, и попадают в детектор, работающий в счетном режиме. Электроны с более низкой энергией отражаются от потенциала и не доходят до детектора. Изменяя напряжение на электроде, можно получить интегральный спектр электронов, причем разрешение спектрометра определяется только геометрическими параметрами и может, в принципе, достигать долей электронвольта (например, в [26]). Для сравнения: лучшие детекторы элементарных частиц дают разрешение в районе 0.5 кэВ.

Основная сложность при использовании такого принципа – то, что в источнике электроны рождаются изотропно, то есть под всеми возможными углами к оси источника. При транспортировке в постоянном поле угол между скоростью электрона и осью установки сохраняется постоянным, то есть и в спектрометре они попадают под некоторым углом к оси. Потенциал на электроде спектрометра гасит только составляющую скорости, параллельную оси (в анализирующей плоскости электрод создает однородное поле). Таким образом, разрешение спектрометра полностью определяется разбросом углов между скоростями электронов и осью спектрометра при прохождении анализирующей плоскости.

Термин «адиабатическое движение» обычно подразумевает движение без потерь энергии. Как уже упоминалось, в случае нашего эксперимента он имеет другой смысл. Постоянное магнитное поле, как известно ([27]), не совершает работу над заряженной частицей и, следовательно, не меняет ее энергию. С другой стороны, в сильно неоднородном магнитном поле возможно «перескакивание» частицы с одной силовой линии на другую. Это происходит, когда радиус прецессии электрона вокруг силовой линии

(ларморовский радиус [28]) больше, чем расстояние, на котором существенно меняется магнитное поле. Условие адиабатичности в простейшем виде можно записать следующим образом:

$$r_{\text{ларм}} = \frac{m_e v_{\perp}}{qB} = \frac{\sqrt{2m_e E_e}}{qB} < d. \quad (2.1.1)$$

Здесь $r_{\text{ларм}}$ – ларморовский радиус электрона, m_e – масса электрона, q – заряд электрона, E_e – энергия электрона, B – продольная составляющая магнитного поля, а d – характерный масштаб изменения этой продольной составляющей. Это условие имеет смысл даже в том случае, когда действует внешнее электростатическое поле и энергия в целом не сохраняется.

В адиабатическом режиме (который обеспечивается подбором соответствующих полей) электрон, рождаясь в тритиевом источнике, проходит по транспортной системе и через пинч-магнит (сильный сверхпроводящий магнит на входе спектрометра) попадает в объем спектрометра. В спектрометре электроны также «адиабатично» транспортируются по направлению к детектору, при этом те из них, что не обладают достаточной энергией, отражаются электростатическим полем и не проходят анализирующую плоскость, расположенную в центре спектрометра.

Рассмотрим все части установки по отдельности.

2.2. Тритиевый молекулярный источник электронов

Как уже говорилось, в качестве источника бета-электронов используется газообразный изотоп водорода тритий. С точки зрения бета-распада тритий является идеальным источником. Низкая граничная энергия бета-распада (18575 эВ) дает возможность обеспечить достаточное напряжение в электростатическом спектрометре. Постоянство матричного элемента распада (сверхразрешенный бета-распад) позволяет не учитывать ядерные эффекты при расчете спектра. Также можно отметить, что атомарный тритий имеет самую простую из всех возможных структуру

электронных оболочек (одна оболочка с одним электроном). Продукт распада гелий-3 имеет уже два электрона, но все равно энергетическая структура его оболочек легко рассчитывается с хорошей точностью. К сожалению, при сколько-нибудь значимых концентрациях атомарный тритий очень быстро рекомбинирует в молекулярное состояние, поэтому создать стабильный источник на его основе невозможно. Молекулярный тритий существенно осложняет задачу вычисления спектра состояний конечной молекулы, но в остальном очень удобен.

Использование газового источника, в свою очередь, существенно усложняет конструкцию установки. Дело в том, что для работы спектрометра в его объеме необходимо обеспечить вакуум не хуже $5 \cdot 10^{-9}$ мбар (см. разд. 2.4), а концентрация трития не должна превышать 10^5 см⁻³. В то же время нет никакой возможности отделить тритиевый источник с концентрацией молекул $\sim 5 \cdot 10^{14}$ см⁻³ от спектрометра (любая перегородка создаст искажение энергии электронов). Для обеспечения такого перепада давления необходима мощная система перехвата и откачки газа между источником и спектрометром.

В процессе измерений тритий через тонкий капилляр инжектируется в центр тритиевой трубы. С обоих концов тритиевая труба переходит в транспортные каналы диаметром 2 см и длиной 1 м каждый. На концах транспортных каналов расположены откачные порты ртутных диффузионных насосов. С задней стороны (если смотреть по направлению к спектрометру) расположен только один насос «P1» (насосы «P1», «P2» и «P3» обозначены на Рис. 3 цифрой 16). К его порту откачки подсоединен масс-спектрометр, используемый для анализа изотопного состава газа. Между тритиевой трубой и спектрометром расположено три порта откачки: «P2», «P3» и «P4». В процессе эксперимента выхлоп из «P4» подается на вход «P3», а выхлоп «P3» – на «P2». Таким образом, обеспечивается так называемая дифференциальная откачка (Рис. 4). Ее смысл состоит в том, что давление на выхлопе каждого последующего насоса ниже, чем предыдущего,

что позволяет обеспечить более высокий предельный вакуум. Для обеспечения лучшей откачки транспортные секции между портами насосов расположены под углом друг к другу, образуя некоторый «зигзаг». Электроны, транспортируемые магнитным полем, этого «зигзага» не чувствуют, зато степень откачки нейтрального газа существенно повышается.

Последней ступенью перехвата остаточного газа на пути к спектрометру является криогенный аргоновый насос. Внутренняя поверхность двух последних транспортных секций сделана ребристой. С помощью специального устройства напуска на нее напыляется газообразный аргон, который сразу же конденсируется на холодных ребрах-диафрагмах. Исследования показали, что поверхность с замороженным аргоном обладает гораздо лучшими адсорбционными свойствами по отношению к тритию, чем просто охлажденная металлическая поверхность.

Весь газ от насосов поступает в коллектор, откуда с помощью ртутных бустерных насосов прогоняется через систему изотопной очистки, а затем через тонкий натекатель возвращается обратно в тритиевую трубу. Таким образом, осуществляется замкнутый контур циркуляции трития в системе.

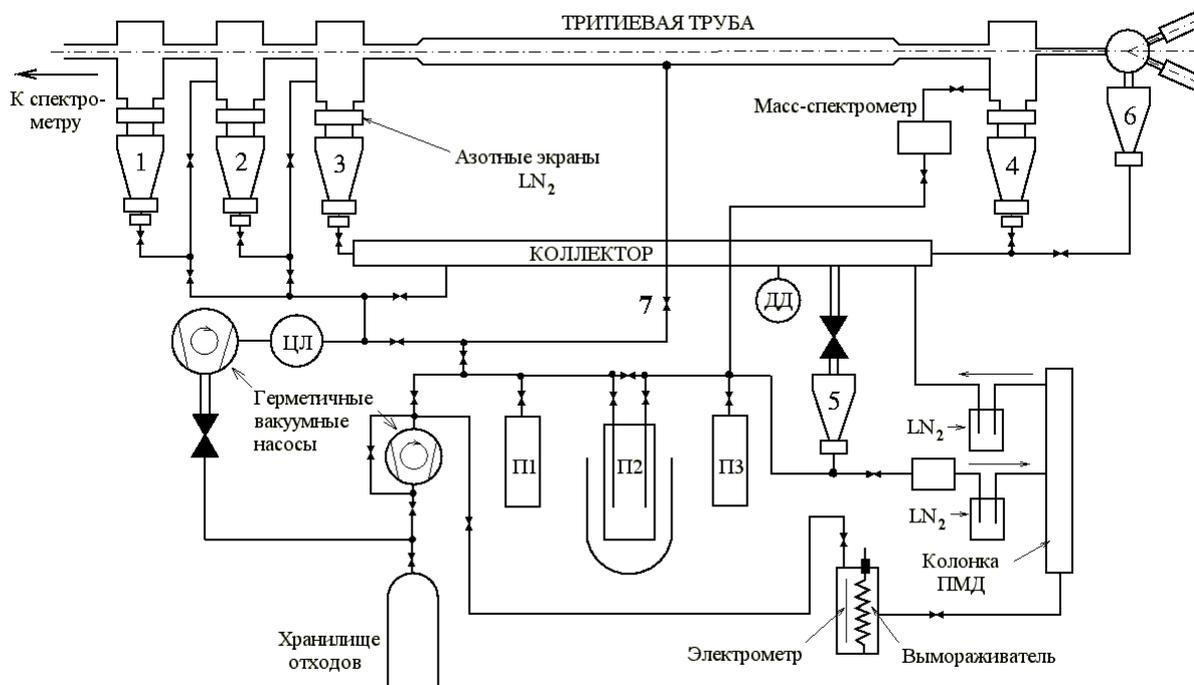


Рис. 4. Схема циркуляции трития в источнике электронов: 1 – ртутный насос «P4»; 2 – ртутный насос «P3»; 3 – ртутный насос «P2»; 4 – ртутный насос «P1»; 5 – бустерный ртутный насос; 6 – ртутный насос откачки задней секции; 7 – натекатель; ЦЛ – цеолитовая ловушка; ДД – датчик давления; П1 – патрон-хранилище; П2 – очистной патрон; П3 – транспортный контейнер.

Тритиевая труба и транспортные каналы расположены внутри криостатов со сверхпроводящими магнитами, обеспечивающими транспортное поле. Для того чтобы избежать намерзания трития на стенки источника, тритиевая труба изолирована от криостатов и постоянно подогревается гелием температурой 30 К. С помощью этого гелия также осуществляется термостабилизация трития в источнике. Необходимость в ней проистекает из того, что при температуре 30 К колебания даже на 1 К составляют 3% от общей температуры. То есть, согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории, при одном и том же давлении концентрация газа в источнике варьируется на те же 3%, что, как видно далее, является крайне нежелательным. Благодаря системе термостабилизации флуктуации температуры поддерживаются на уровне менее 1%.

2.3. Адиабатический инвариант и магнитная система транспортировки

В случае если электроны движутся в адиабатическом режиме, определяемом соотношением (2.1.1), отклик электростатического спектрометра с магнитной коллимацией определяется исключительно геометрией электрического и магнитного полей. Для описания движения электронов удобно воспользоваться величиной $\mu = \frac{V_{\perp}^2}{H}$ (V_{\perp} – перпендикулярная к направлению магнитного поля составляющая скорости электрона, а H – величина магнитного поля), которая для магнитного поля является адиабатическим инвариантом ([27]). Электростатический анализатор установлен таким образом, чтобы создавать поле, параллельное оси спектрометра, так что на перпендикулярную составляющую скорости оно не влияет, и данный инвариант можно считать сохраняющимся во всех областях установки.

Если α_S – угол между направлением магнитного поля и скоростью электрона в источнике, то для α_P – угла между полем и скоростью в области наибольшего магнитного поля (пинч-магнит) и α_A – аналогичного угла в анализирующей плоскости спектрометра (при отсутствии электрического поля) можно написать следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\sin \alpha_P &= \frac{V_{P_{\perp}}}{V_P} = \frac{V_{P_{\perp}}}{V_S} = \frac{V_{P_{\perp}}}{V_{S_{\perp}}} \frac{V_{S_{\perp}}}{V_S} = \sin \alpha_S \sqrt{\frac{H_P}{H_S}}, \\ \sin \alpha_A &= \frac{V_{A_{\perp}}}{V_A} = \frac{V_{A_{\perp}}}{V_S} = \frac{V_{A_{\perp}}}{V_{S_{\perp}}} \frac{V_{S_{\perp}}}{V_S} = \sin \alpha_S \sqrt{\frac{H_A}{H_S}}.\end{aligned}\tag{2.3.1}$$

Здесь H_S – магнитное поле в тритиевой трубе (для модельных расчетов используется значение 0.8 Тл), H_P – поле в пинч-магните (7.2 Тл), а H_A – поле в анализирующей плоскости спектрометра ($5\text{--}15 \times 10^{-4}$ Тл). В эксперименте значения полей отличались от модельных, так как вместо сверхпроводящего тока 200 А использовался ток 140–160 А, но соотношение между полями в тритиевой трубе и в пинче оставалось одинаковым. Из этих выражений легко

определить максимальный угол, под которым электроны преодолевают пинч-магнит и попадают в спектрометр:

$$\sin \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{H_S}{H_P}}. \quad (2.3.2)$$

Для стандартных значений полей получаем $\alpha_{\max} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{0.8}{7.2}}\right) = 19.47^\circ$.

Электроны, которые рождаются под большими углами, отражаются от передней магнитной пробки и вылетают из источника через заднюю магнитную пробку (если их угол по отношению к оси меньше 23.6°) или оказываются запертыми в тритиевой трубе между двумя пробками.

Соотношение между полями в тритиевой трубе и транспортных каналах выбиралось таким образом, чтобы произведение $(1 - \cos \alpha_{\max}) \cdot S$ (где S – площадь сечения трубки) оставалось постоянным. Это сделано для того, чтобы отношение количества электронов, попавших в спектрометр, к количеству молекул газа было одинаковым для тритиевой трубы и транспортных каналов. В дальнейших расчетах будет использоваться эффективная площадь сечения.

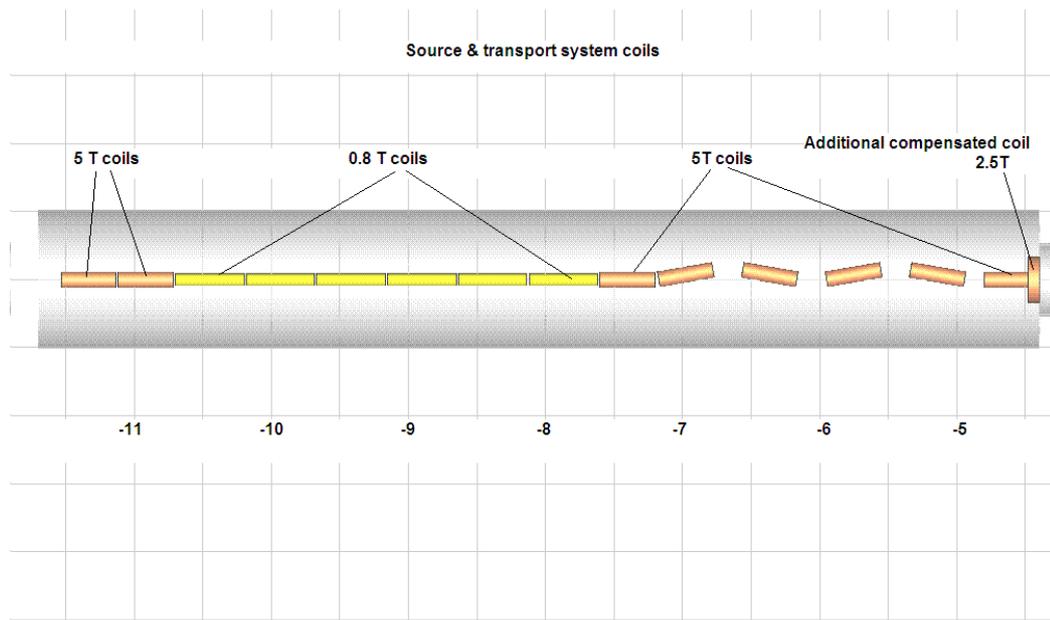


Рис. 5. Магниты источника и транспортной системы.

2.4. Спектрометр

В части 2.1 был объяснен общий принцип работы спектрометра. Рассмотрим его более подробно.

Спектрометр представляет собой металлический цилиндр длиной 5 м и диаметром 1.6 м. С обоих концов он закрывается полусферическими «чашками», служащими переходными элементами между объемом спектрометра и тритиевым источником с одной стороны и детектором с другой. Внутри «чашек» находятся сверхпроводящие магниты, обеспечивающие функционирование магнитной «бутылки» в спектрометре. На Рис. 6 показана структура силовых линий магнитного поля внутри спектрометра.

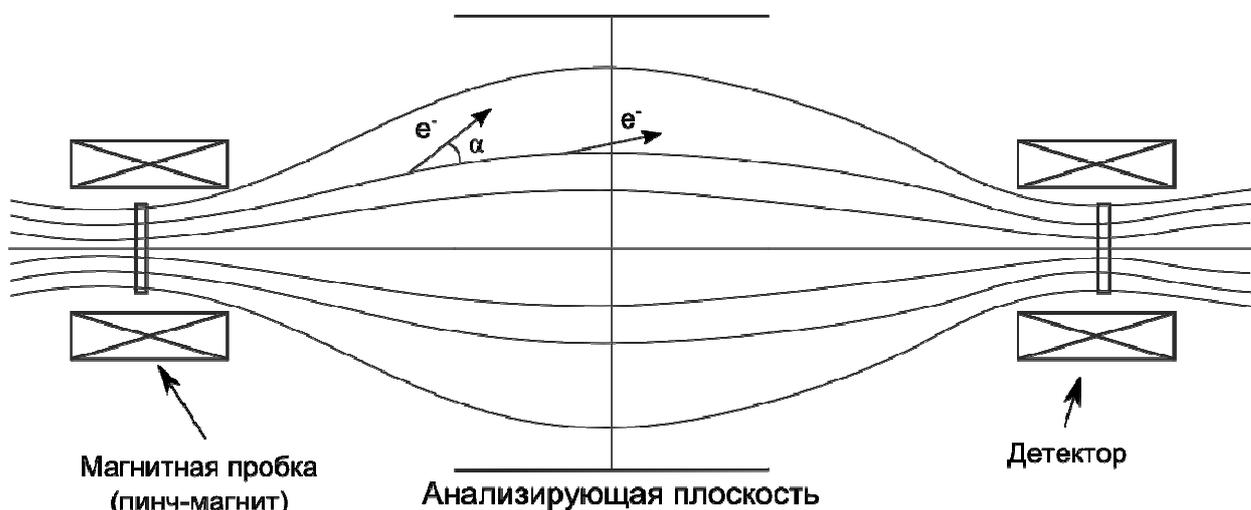


Рис. 6. Форма трубки тока в спектрометре.

Видно, что максимальный угол между осью спектрометра и скоростью электрона получается в области пинч-магнита, расположенного в ближней к источнику «чашке». Минимальное поле и, как следствие, минимальный угол между скоростью и осью достигается в центре спектрометра – анализирующей плоскости (под анализирующей плоскостью понимается плоскость, проходящая через центр спектрометра и перпендикулярная его оси). Помимо пинч-магнита и симметричного ему более слабого магнита детектора в «чашках» располагаются согласовывающие магниты, обеспечивающие плавный переход поля от маленького диаметра трубки тока электронов к большому.

Электростатическое запирающее поле обеспечивается цилиндрическим металлическим электродом диаметром 1.2 м, закрепленным внутри объема спектрометра при помощи электроизолирующих подвесов.

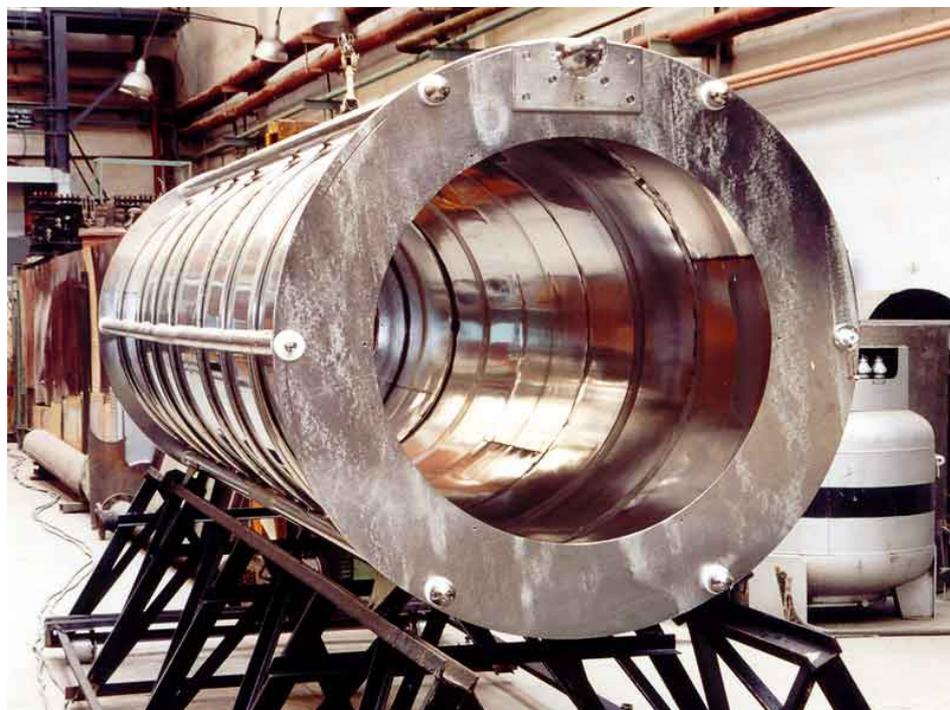


Рис. 7. Внешний вид электростатического электрода.

Дополнительная коррекция магнитных полей в центральной части спектрометра осуществляется тремя внешними (не сверхпроводящими) электромагнитами в виде витков провода, намотанного снаружи на спектрометр. Два из этих магнитов обеспечивают компенсацию магнитного поля земли и прочих внешних магнитных полей, а третий (аксиальная намотка) позволяет поднять поле в анализирующей плоскости таким образом, чтобы трубка тока не пересекала электрод (магнитный поток $\Phi = S \cdot B$ является адиабатическим инвариантом, то есть чем выше поле, тем уже трубка тока).

2.5. Детектор электронов

В качестве счетчика электронов использовался кремний-литиевый полупроводниковый детектор с тонким золотым окном. Обычно детекторы такого типа используются для определения энергии частиц, но в данном случае разрешение детектора – около 1.8 кэВ, что почти на три порядка хуже,

чем разрешение, обеспечиваемое спектрометром. С детектора снималась информация об амплитуде сигнала. В дальнейшем эта информация использовалась для того, чтобы отрезать фоновые события. Для этого для каждой экспериментальной точки выбиралось некоторое «окно» (см. [29]). События, амплитуда которых выходила за рамки этого «окна», отсекались. Использование такой методики позволяет более чем на порядок подавить фон в эксперименте.

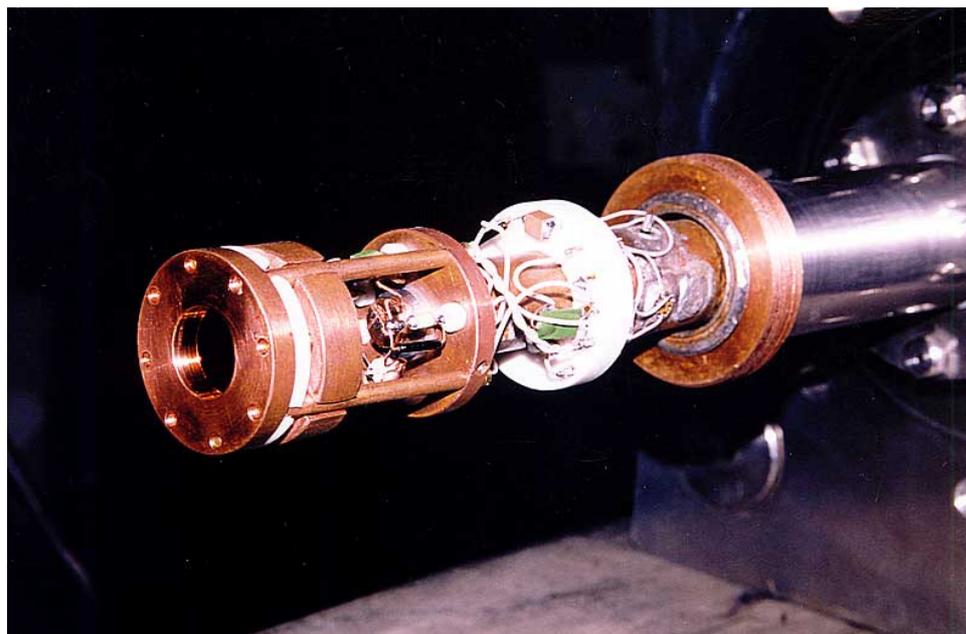


Рис. 8. Внешний вид детектора с головным каскадом предварительного усилителя.

Все защитные экраны сняты.

Для улучшения шумовых характеристик детектор охлаждается до температуры жидкого азота. Более подробно устройство детектора и системы сбора данных изложено в [29].

При анализе данных следует учесть полное мертвое время детектора и системы обработки сигнала (время после каждого события, в которое система не откликается на новые сигналы). Это значение важно при высоких скоростях счета, так как счетное устройство просто не успевает справиться со всеми событиями, и приходится вносить поправку на время бездействия системы сбора данных. Согласно последним измерениям это мертвое время на одно событие постоянно и составляет 7.2 ± 0.03 мкс.

2.6. Криогенная система

Для обеспечения работы сверхпроводящих магнитов необходима бесперебойная работа рефрижератора жидкого гелия и криогенной транспортной системы. Вся система ожижения гелия работает по принципу замкнутого цикла, то есть холодная гелиевая газожидкостная смесь подается на установку, затем, пройдя последовательно по всем криостатам тритиевого источника и спектрометра, она возвращается обратно на рефрижератор. При таком замкнутом цикле требования к мощности рефрижератора значительно снижаются. Ожижитель TCF-20, использовавшийся в основной части измерений, был позднее заменен на более мощный TCF-50 фирмы Linde.

Жидкий азот для охлаждения детектора и экранов гелиопровода и криостатов подавался отдельно и использовался независимо от ожижителя.

Несмотря на то, что работа криогенной системы является критичной для проведения эксперимента, при ее нормальном функционировании на измерения она влияния не оказывает. Подробнее работа криогенной системы изложена в [30].

2.7. Масс-спектрометр

Контроль изотопного состава газа в тритиевом источнике осуществлялся при помощи масс-спектрометра MX-7340, установленного рядом с портом откачки «P1». В тех случаях, когда давление газа в порте откачки становилось слишком низким (ниже предела чувствительности масс-спектрометра), открывался вентиль подачи газа из тритиевой петли непосредственно в камеру масс-спектрометра через тонкую трубочку (см. Рис. 4). На Рис. 9 приведен пример масс-спектра, из которого определяется процентное содержание трития в газовой смеси.

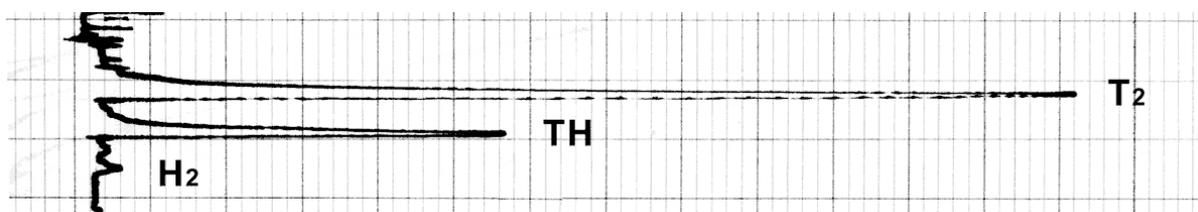


Рис. 9. Масс-спектр. Run 23, декабрь 1997 г.

В процессе набора данных масс-спектр снимался не реже чем один раз за файл (2.5 часа). При измерениях с электронной пушкой масс-спектр снимался постоянно.

Для определения содержания трития используется следующая формула:

$$N_T = \frac{L(T_2) + \frac{L(TH)}{2}}{L(T_2) + L(TH) + L(H_2)} \cdot 100\%, \quad (2.7.1)$$

где $L(H_2)$, $L(TH)$ и $L(T_2)$ – амплитуды соответствующих пиков. Величина N_T соответствует отношению количества атомов трития к общему количеству атомов изотопа водорода. В некоторых случаях, в силу особенностей работы масс-спектрометра, водородный пик был плохо виден, поэтому использовалась формула:

$$N_T = \frac{1}{\frac{L(TH)}{2 \cdot L(T_2)} + 1} \cdot 100\%. \quad (2.7.2)$$

Эту формулу можно вывести из предыдущей в предположении, что в системе циркуляции устанавливается изотопное равновесие (это обеспечивается конструкцией системы очистки). Если N_T – атомарная концентрация трития, а N_H – атомарная концентрация водорода, то действуют следующие соотношения:

$$\begin{aligned} N_T + N_H &= 1; \\ L(T_2) &\sim N_T^2; \\ L(TH) &\sim 2N_T N_H; \\ L(H_2) &\sim N_H^2. \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

Получаем:

$$\frac{2L(T_2)}{L(HT)} = \frac{N_T}{N_H} = \frac{N_T}{1 - N_T}, \quad (2.7.4)$$

откуда в свою очередь легко получить формулу (2.7.2).

Абсолютная калибровка пиков не нужна, так как во всех формулах используется только отношение их длин. Линейность и калибровка шкалы масс-спектрометра проверялись в начале каждого сеанса.

2.8. Фотоэлектронная пушка

Для калибровки установки использовалась фотоэлектронная пушка, расположенная в задней части установки. Принцип действия пушки следующий: на конце откачанной трубки из керамического изолятора устанавливается кварцевое стекло с напыленным на нем тонким слоем золота. Противоположный конец трубки также закрыт кварцевым стеклом. Между золотым напылением и стальной деталью, закрепляющей стекло на изоляторе, обеспечен электрический контакт. К открытой части изолятора приставляется ультрафиолетовая лампа, а на золотое напыление подается высокое напряжение. В результате фотоэлектроны, слетающие с золотой поверхности, ускоряются электростатическим потенциалом до требуемой энергии. Транспортировка полученных электронов обеспечивается с помощью двух фокусирующих магнитов, поворотного магнита и адиабатической транспортной системы.

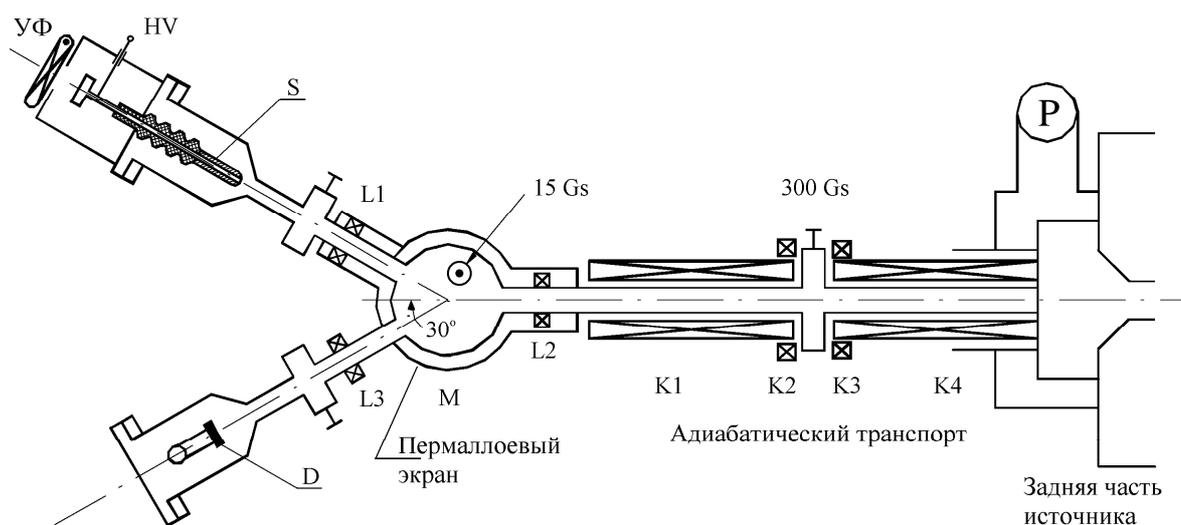


Рис. 10. Схема установки электронной пушки.

Использование поворотного магнита было обусловлено двумя факторами. Во-первых, такая система позволяет избежать прямого попадания

ультрафиолетового света в тритиевый источник. Во-вторых, оказалось, что в отсутствие поворотного магнита положительные ионы из источника, ускоряясь электрическим потенциалом (тем самым, что должен ускорять электроны в противоположном направлении), бьются о золотое напыление, производя большое количество вторичных электронов. Эти электроны в свою очередь ускоряются потенциалом и попадают в спектрометр. Они обладают той же энергией, что и электроны, полученные в результате фотоэффекта, но сильно скоррелированы по времени.

Фокусирующие линзы нужны для того, чтобы сохранить угловое распределение электронов, а транспортная система обеспечивает плавное изменение магнитного поля от 300 Гс на ее входе до 5 Тл в магнитной пробке тритиевого источника.



Рис. 11. Внешний вид канала транспортировки электронов от пушки.

Для анализа данных электронной пушки существенным оказывается максимальный угол (по отношению к оси), под которым электроны от пушки попадают в магнитное поле. В случае если фокусирующая и поворотная системы настроены, угловое распределение на входе транспортной системы соответствует распределению при прохождении первой магнитной линзы (L1 на Рис. 10). В свою очередь, это распределение можно оценить из геометрии пушки. Оно получается изотропным с максимальным углом вылета $\theta_0 = 0.0513 \text{ рад}$. Эта величина хорошо согласуется со значением, полученным из ширины разрешения спектрометра при работе с электронной пушкой.

Глава 3. Описание экспериментального спектра электронов

3.1. Спектр электронов в бета-распаде трития

Спектр электронов, получаемых при бета-распаде, выведен Э. Ферми еще в начале XX века. Используя первый порядок теории возмущений, согласно золотому правилу Ферми ([31]), получаем:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2 \frac{dn}{dE_0}. \quad (3.1.1)$$

Выражение под модулем обозначает матричный элемент слабого взаимодействия. Для так называемых разрешенных процессов этот элемент с большой степенью точности можно считать постоянным, поэтому импульсный спектр электронов в бета-распаде выглядит так:

$$N(p)dp = C \frac{dn}{dE_0}, \quad (3.1.2)$$

где C – некоторая нормировочная константа. Согласно [32] фазовый объем dn/dE_0 двухчастичного распада может быть записан так:

$$\frac{dn}{dE_0} = B \cdot p_e^2 p_\nu^2 \frac{dp_e dp_\nu}{dE_0}. \quad (3.1.3)$$

Здесь B – также некоторая константа. Пренебрегая энергией отдачи ядра, закон сохранения энергии можно записать следующим образом:

$$E_0 = M_T - M_{He} - m_e = E_e + E_\nu + m_\nu. \quad (3.1.4)$$

Здесь и далее для упрощения теоретических выкладок масса и энергия измеряются в энергетических единицах ($c = 1$). E_0 , так называемая граничная энергия бета-спектра, отражает ту точку на энергетической шкале, в которой бета-спектр обратился бы в ноль, если бы масса нейтрино была равна нулю. Энергию нейтрино можно выразить следующим образом:

$$E_\nu = \sqrt{p_\nu^2 + m_\nu^2} - m_\nu. \quad (3.1.5)$$

Выразив отсюда импульс нейтрино

$$p_\nu = \sqrt{E_\nu(E_\nu + 2m_\nu)} \quad (3.1.6)$$

и подставив выражение для энергии нейтрино из (3.1.4), получаем

$$p_\nu = \sqrt{(E_0 - E_e - m_\nu)^2 + 2m_\nu(E_0 - E_e - m_\nu)}. \quad (3.1.7)$$

Для выражения, содержащего импульс нейтрино в (3.1.3), получаем

$$p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_0} = (E_0 - E_e)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_0 - E_e}\right)^2}. \quad (3.1.8)$$

В результате для импульсного спектра электронов от бета-распада из (3.1.2), (3.1.3) и (3.1.8) можно получить

$$N(p)dp = BC \cdot p^2 (E_0 - E)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_0 - E}\right)^2} dp. \quad (3.1.9)$$

Индексы у импульсов и энергии намеренно опущены, так как в дальнейшем речь идет исключительно об энергии и импульсе электрона. Для того чтобы перейти в распределение по энергии, надо использовать аналог формулы (3.1.6) для электрона:

$$dp = \frac{1}{p} (E + m_e) dE. \quad (3.1.10)$$

В результате

$$N(E)dE = BC \cdot (E + m_e) p (E_0 - E)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E)^2}} dE. \quad (3.1.11)$$

Для правильного описания бета-спектра надо также учесть кулоновское взаимодействие электрона с ядром в конечном состоянии. Поправочный множитель, описывающий это взаимодействие, называется функцией Ферми. В нерелятивистском приближении с учетом экранирования эта функция может быть аппроксимирована следующим образом ([33]):

$$F(Z, E) = F_N(Z, E) * (1.002037 - 0.001427 \cdot V_e), \quad (3.1.12)$$

где $F_N = \frac{y}{1 - e^{-y}}$; $y = \frac{2Z\alpha\pi}{V_e}$; Z – заряд ядра (в данном случае ядра гелия); α – постоянная тонкой структуры, а V_e – скорость электрона в единицах скорости света.

С учетом всего перечисленного окончательный электронный спектр можно представить в следующем виде:

$$N(E)dE = KF(Z, E)(E + m_e)p(E_0 - E)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E)^2}} dE, \text{ при } E_0 - E > m_\nu, \quad (3.1.13)$$

$$N(E)dE = 0, \quad \text{при } E_0 - E \leq m_\nu$$

где E – энергия электрона, m_ν^2 – квадрат массы нейтрино (обязан быть положительным), E_0 – граничная энергия бета-спектра (точка, где он бы оканчивался, если бы масса нейтрино была бы равна нулю), p – импульс электрона, m_e – масса электрона, K – некоторая нормировочная константа.

Удобным способом представления спектра бета-распада является так называемый график Кюри:

$$Q = \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z, E)}}. \quad (3.1.14)$$

В отсутствие массы нейтрино график Кюри выглядит как прямая. Согласно (3.1.9), при наличии ненулевой массы нейтрино, его можно выразить следующим образом:

$$Q(m_\nu) = \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z, E)}} = B(E_0 - E) \left(1 - \left(\frac{m_\nu}{E_0 - E} \right)^2 \right)^{1/4}. \quad (3.1.15)$$

Формы энергетического спектра и графика Кюри для различных значений масс нейтрино приведены на Рис. 12.

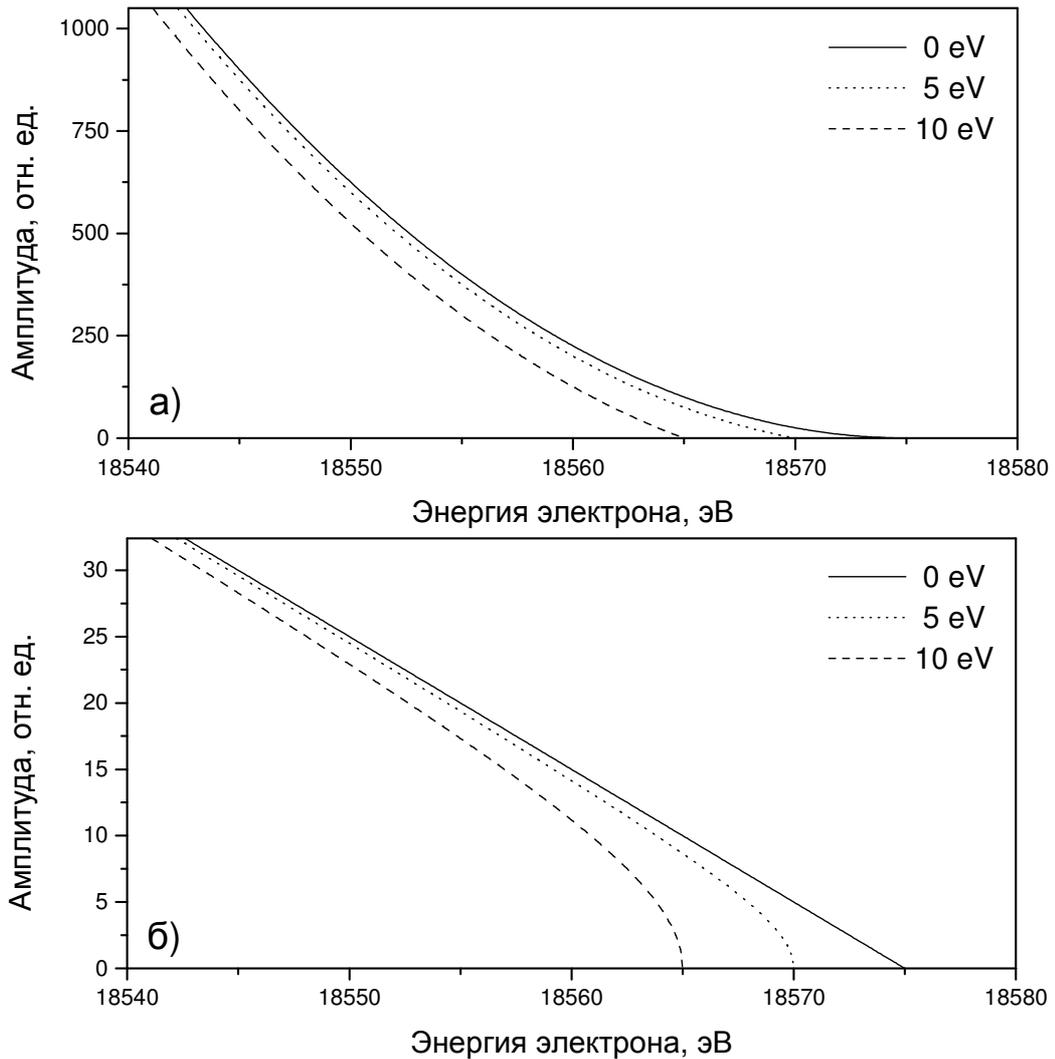


Рис. 12. Влияние эффекта массы нейтрино на бета-спектр трития:
 а) реальный бета-спектр; б) график Кюри.

3.1.1. Учет отдачи ядра

Для получения формулы (3.1.13) пренебрегают энергией отдачи молекулы трития, хотя максимальное значение этой энергии достигает

$$E_0 \cdot \frac{m_e}{M_{\text{THe}^+}} \approx 19000 \cdot \frac{0.5}{6000} \approx 1.6 \text{ эВ}.$$

Разумеется, важно не само это значение,

поскольку энергия отдачи всего-навсего сдвинет граничную энергию E_0 , которая в наших расчетах является свободным параметром. Проблема возникает в том случае, если эта энергия ощутимо меняется в диапазоне измерений. Попробуем оценить этот эффект. Энергия отдачи достигает

максимума в случае, если импульс молекулы после распада направлен в одну сторону, а импульсы электрона и нейтрино – в противоположную. По закону сохранения импульса:

$$P = P_e + P_\nu = \sqrt{2m_e E_e} + P_\nu. \quad (3.1.16)$$

Здесь намеренно использовано нерелятивистское приближение для импульса электрона. Максимальная энергия электрона всего несколько киловольт. По сравнению с массой электрона это достаточно мало. Тем более нерелятивистское приближение можно использовать для энергии отдачи молекулы:

$$T = \frac{P^2}{2M} = \frac{m_e E_e}{M} + \frac{P_\nu^2}{2M} + \frac{1}{M} \sqrt{2m_e E_e} P_\nu. \quad (3.1.17)$$

При этом квадратом импульса нейтрино, естественно, можно пренебречь. Точный расчет для граничной энергии дает $T = 1.684 \text{ эВ}$. Для энергии минимальной в наборе данных, пренебрегая массой нейтрино и тем, что импульс нейтрино в том числе зависит от энергии отдачи молекулы, получаем $T = 1.671 \text{ эВ}$. Разница составляет 0.013 эВ . Это ниже предела точности нашего эксперимента, так что этой величиной можно пренебречь. Для эксперимента KATRIN ([34]) эта разница еще на порядок меньше, но там подобное отклонение уже может быть существенным, поэтому нужен точный расчет с учетом распределения по энергиям отдачи.

3.1.2. Учет спектра конечных состояний

Следует учесть, что молекула трития распадается не всегда в основное состояние молекулы THe_3^+ . Для этого требуется просуммировать β -спектр по конечным состояниям молекулы следующим образом:

$$S(E) = \sum_i N(E, E_0 - E_i) \cdot P_i. \quad (3.1.18)$$

Здесь E_i – разница между энергиями возбужденных состояний и энергией основного состояния, а P_i – вероятности получения этих возбужденных состояний. К сожалению, спектр конечных состояний не

измерен с нужной точностью. Поэтому приходится использовать чисто теоретический расчет. Для обработки данных использовался спектр, полученный С. Йонселлом и А. Саэнсом ([35]).

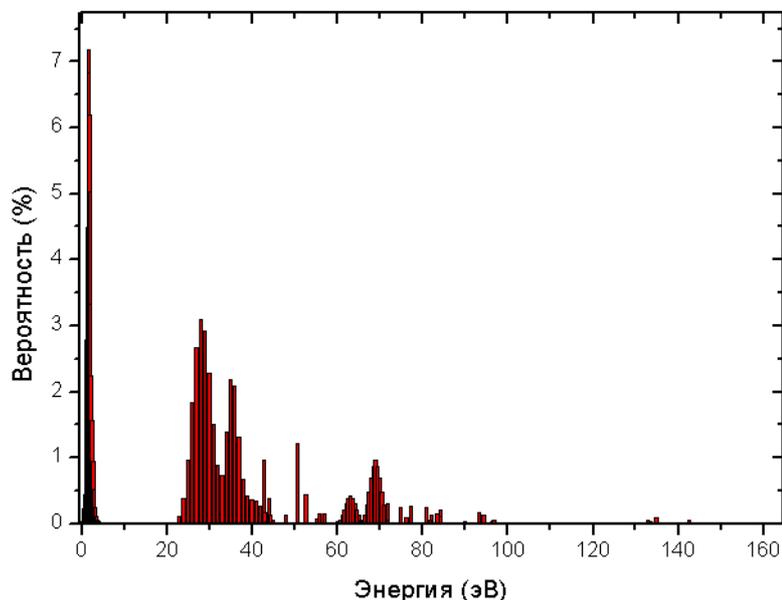


Рис. 13. Спектр конечных состояний. Одна линия соответствует одному конечному состоянию.

Как видно из Рис. 13, вероятность состояния с нулевой разницей очень мала. Основной вес приходится на ротационные и вибрационные возбуждения с энергией порядка электронвольта. Также не следует забывать, что мы рассматриваем не только распад T_2 , но и HT . Разница между граничными энергиями этих молекул возникает только за счет изотопных эффектов, то есть она должна быть ниже уровня чувствительности нашего эксперимента.

3.1.3. Тепловые эффекты

Электроны, рожденные в распаде, изотропно распределены по всем направлениям. Изотропность нарушается из-за того, что распадающиеся молекулы трития, вообще говоря, имеют собственную скорость относительно лабораторной системы отсчета. Скорости молекул можно получить из распределения Максвелла с температурой, соответствующей температуре

стенок источника (~ 30 K), то есть средняя кинетическая энергия молекул составляет порядка $\frac{30[K]}{11600[\text{эВ}/K]} \approx 2.5 \cdot 10^{-3} \text{эВ}$. Этой величиной можно пренебречь.

3.1.4. Продолжение спектра в нефизическую область

Результаты других экспериментов, а также первые попытки анализировать данные на «Троицк ню-масс» показали, что получаемая оценка квадрата массы нейтрино не просто мала, а вовсе отрицательна. Отрицательный квадрат массы, с одной стороны, может быть просто результатом статистического разброса, с другой – отрицательность квадрата массы указывает на существование некоторых неучтенных физических эффектов, сдвигающих оценку в отрицательную область. Таким образом, нефизические значения квадрата массы нейтрино не могут быть выданы в качестве результата обработки, но могут быть удобны для промежуточных расчетов. Для того чтобы воспользоваться этим, надо продолжить спектр в область отрицательных квадратов масс (доопределив функцию).

Видно, что в формуле (3.1.13), с точки зрения математики, квадрат массы нейтрино может принимать отрицательные значения, так что самым логичным предположением было бы просто снятие ограничения на положительность квадрата массы. В качестве возражения против такого продолжения использовалось утверждение о том, что при нем функция правдоподобия для квадрата массы нейтрино утрачивает гауссовскую форму и становится менее удобной для обработки. Для проверки этого в работе [36] проводится сравнение трех вариантов продолжений спектра в нефизическую область:

1. «Примитивный» – простое снятие ограничений на положительность квадрата массы нейтрино. Форма кривой правдоподобия при таком продолжении приведена на Рис. 14.

2. Так называемая «троицкая формула» – продолжение, предложенное при предыдущей обработке данных «Троицк ню-масс». Оно заключается в том, что в выражении (3.1.13) множитель

$$(E_0 - E)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E)^2}}$$

для отрицательных значений квадрата массы

заменяется на $2\varepsilon^2 - \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - |m_\nu^2|}$, где $\varepsilon = E_0 - E$. Форма кривой правдоподобия – на Рис. 15.

3. Продолжение, предложенное группой из Майнца. В нем используется более сложная замена (Рис. 16):

$$S \sim f \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - m_\nu^2},$$

$$f = \Theta(-m_\nu^2) \Theta(\varepsilon + \mu) \left(1 + \frac{\mu}{\varepsilon} e^{-(1+\varepsilon/\mu)} \right) + \Theta(m_\nu^2) \Theta(\varepsilon - \mu), \quad (3.1.19)$$

$$\varepsilon = E_0 - E, \mu^2 = -0.66 m_\nu^2.$$

Показано, что результирующая кривая правдоподобия и, как следствие, результаты фитирования слабо зависят от того, какую именно функцию выбрать. В то же время замена, предложенная учеными из Майнца, дает самую гладкую и симметричную кривую правдоподобия, так что решено было использовать именно ее.

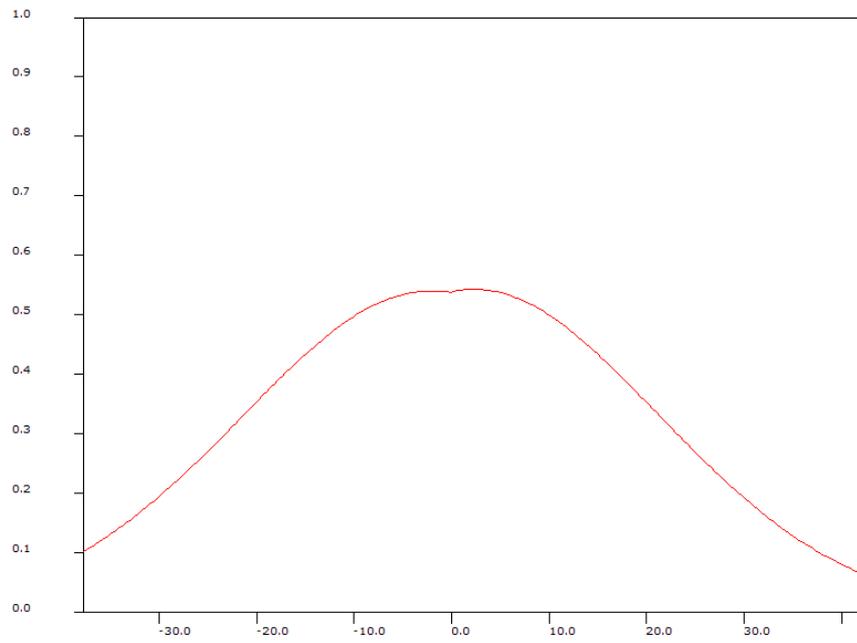


Рис. 14. Форма кривой правдоподобия – простое продолжение. По нижней оси отложен квадрат массы нейтрино.

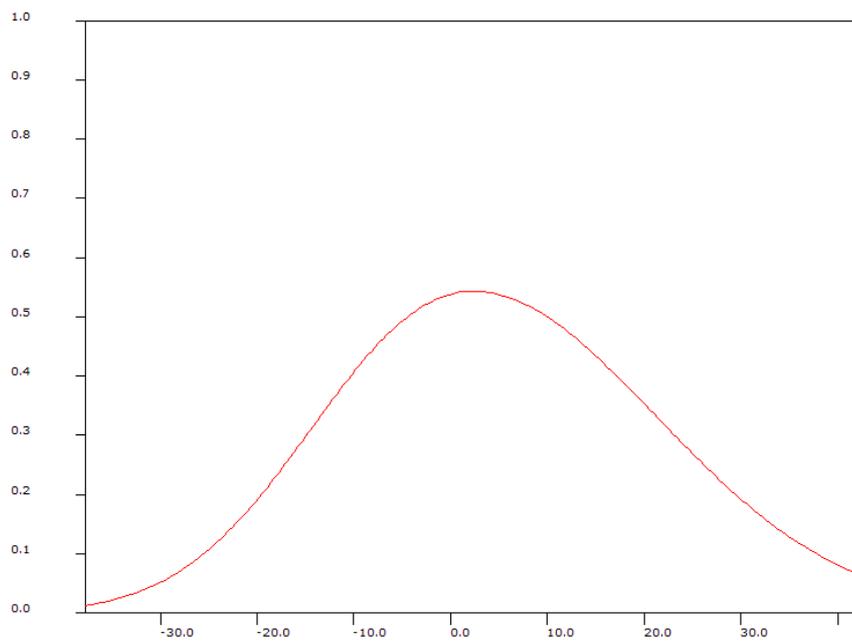


Рис. 15. Форма кривой правдоподобия – «троицкая формула». По нижней оси отложен квадрат массы нейтрино.

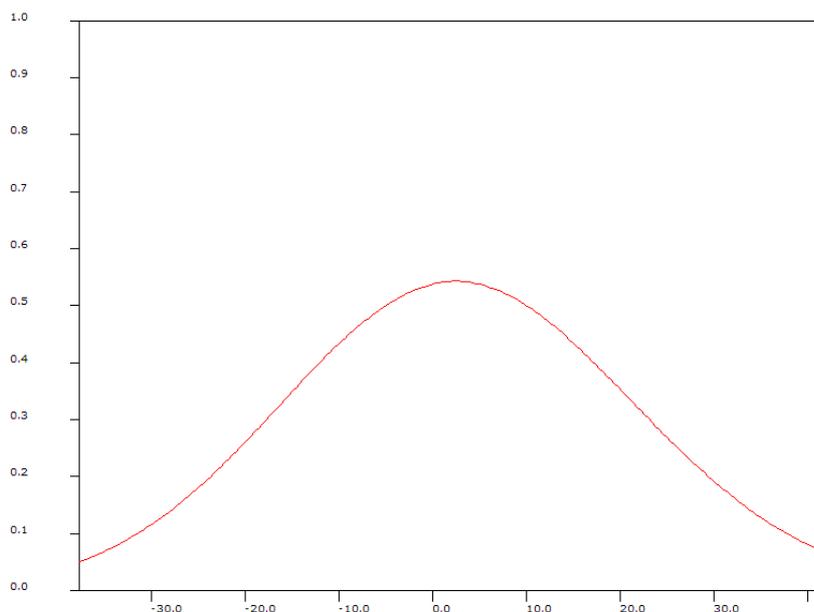


Рис. 16. Форма кривой правдоподобия – формула Майнца. По нижней оси отложен квадрат массы нейтрино.

3.2. Потери энергии в газообразном источнике

В процессе движения электроны сталкиваются с молекулами трития в источнике. При этом происходит небольшая потеря энергии и изменение направления движения. В силу того, что потерянная энергия мала по сравнению с кинетической энергией электрона, преобладает отклонение на малый угол. Рассеянием электронов на ядрах трития можно пренебречь, так что роль играют только возбуждение электронных оболочек трития и ионизация. Спектр потерь энергии при таком столкновении довольно сложен, но может быть достаточно точно измерен экспериментально. Подобные измерения были в свое время проведены на нашей установке.

3.2.1. Спектр потерь

Результаты этих измерений приведены в статье [37]. Дифференциальное сечение рассеяния получается в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma_{tot} f(\varepsilon), \quad (3.2.1)$$

где σ_{tot} – полное сечение неупругого рассеяния, а ε – потери энергии.

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} A_1 \exp\left(-\frac{2(\varepsilon - E_1)^2}{w_1^2}\right) & \text{при } \varepsilon < E_c \\ A_2 \frac{w_2^2}{w_2^2 + 4(\varepsilon - E_2)^2} & \text{при } \varepsilon \geq E_c \end{cases} \quad (3.2.2)$$

Значения параметров приводятся в Таблица 1.

Таблица 1. Значения параметров спектра потерь.

A_1 (1/eV)	0.204±0.001
A_2 (1/eV)	0.0556±0.0003
w_1 (eV)	1.85±0.02
w_2 (eV)	12.5±0.1
E_1 (eV)	12.6
E_2 (eV)	14.3±0.02
E_c	Выбирается исходя из условий гладкой сшивки частей

Следует заметить, что в этом спектре учитываются только потери, которые мы условно называем неупругими. Условно в том смысле, что есть еще и «упругие» потери, которые происходят из-за обычного кинематического рассеяния электронов на молекулах (на кулоновском поле). Сечение квазиупругих потерь при рассеянии на кулоновском поле на порядок меньше, чем сечение неупругих потерь, кроме того, сечение падает квадратично с ростом переданной энергии. По этим причинам учетом квазиупругого рассеяния при описании спектра можно пренебречь.

В физике высоких энергий обычно для расчетов прохождения электрона через вещество используются формулы, в которых потеря энергии на единицу расстояния постоянна. К сожалению, такой упрощенный подход применим только для большого количества взаимодействий и больших энергий электрона. В нашем случае длина свободного пробега электрона в

три раза больше длины источника, так что мы учитываем максимум трехкратные потери. В этом случае приходится уже отдельно считать спектры потерь при одно-, дву- и трехкратных столкновениях и вычислять соответствующие вероятности. Спектры дву-, трехкратных и т. д. потерь вычисляются последовательной сверткой спектра потерь с самим собой:

$$\begin{aligned} f_2(\varepsilon) &= \int f(x)f(\varepsilon - x)dx, \\ f_3(\varepsilon) &= \int f_2(x)f(\varepsilon - x)dx, \\ f_4(\varepsilon) &= \int f_3(x)f(\varepsilon - x)dx. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Результаты интегрирования приведены на Рис. 17. На нем изображен исходный спектр потерь для однократного взаимодействия, а также спектры дву- и трехкратных взаимодействий. Четырехкратные взаимодействия уже можно не учитывать, так как их вероятность очень мала. Все спектры нормированы на единицу.

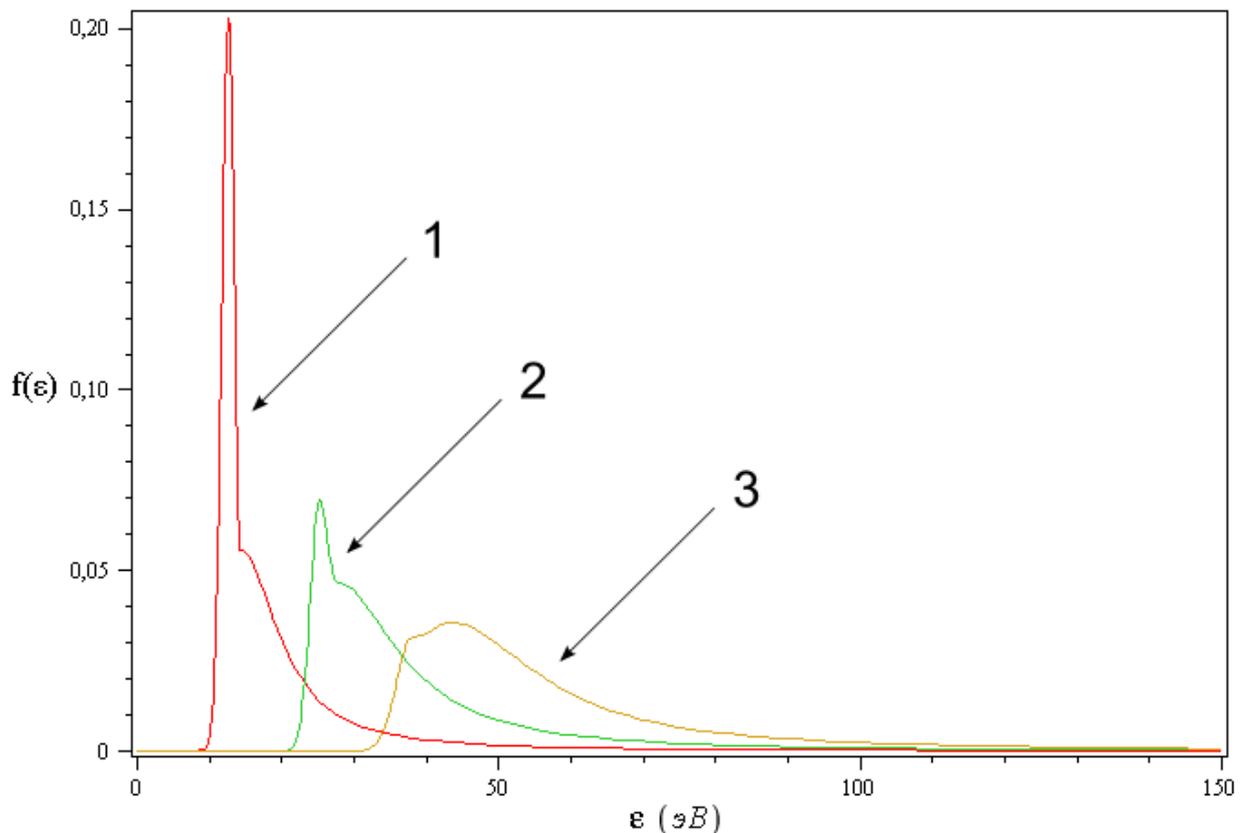


Рис. 17. Форма кривой потерь при одно-, дву- и трехкратном рассеяниях электрона в газообразном тритии. Цифрами обозначены спектры потерь в кратных неупругих столкновениях.

3.2.2. Использование приближенного спектра потерь

Для вычисления точных спектров дву- и трехкратных потерь во время фитирования требуется осуществить численную свертку функции неупругих потерь с самой собой. К сожалению, в процессе фитирования такую операцию производить неудобно (слишком много машинного времени). Поэтому возможны два варианта: вычислить спектры один раз и дальше пользоваться интерполяцией по точкам или подобрать максимально похожие аналитические функции. Из соображений удобства был выбран второй путь. Существенное влияние на результат фитирования оказывает только форма спектра однократных потерь, а она в любом случае задается аналитически.

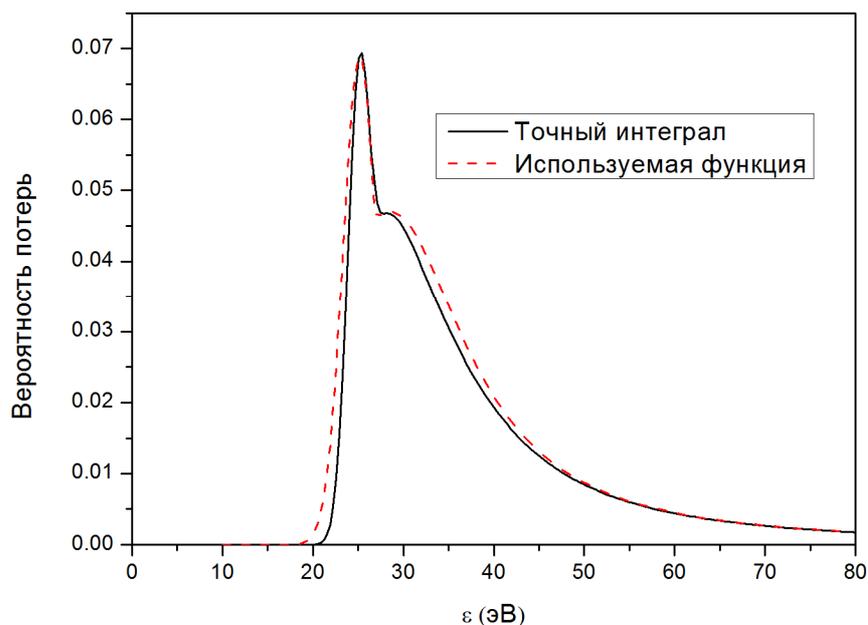


Рис. 18. Сравнение точной и приближенной функций двукратных потерь.

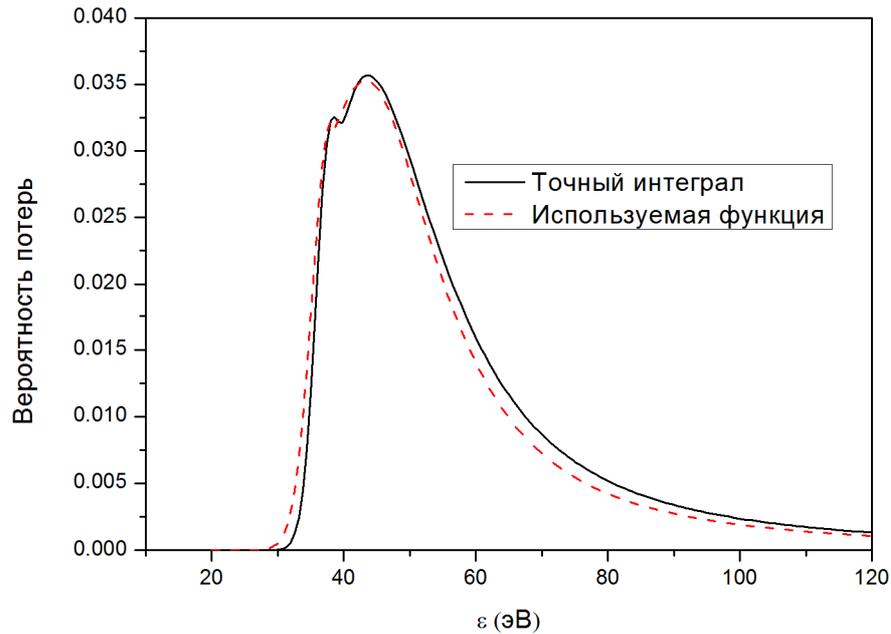


Рис. 19. Сравнение точной и приближенной функций трехкратных потерь.

На Рис. 18 и Рис. 19 приведены точные и приближенные функции потерь для дву- и трехкратных потерь соответственно.

Сравнение результатов фитирования с точными и приближенными функциями потерь показало, что отклонение результатов не превышает 0.1%, что является более чем достаточным для данного анализа.

3.2.3. Вероятность неупругих потерь и эффективная толщина источника

Для расчета потерь в источнике важно знание не только формы спектра потерь при однократном рассеянии электрона на молекуле трития, но и вероятности многократных рассеяний.

При фиксированной плотности и длине пролета вероятности многократных рассеяний подчиняются распределению Пуассона:

$$P_k = \frac{X^k e^{-X}}{k!}; P_0 = e^{-X}; P_1 = X e^{-X}; P_2 = \frac{X^2 e^{-X}}{2}; P_3 = \frac{X^3 e^{-X}}{6}; P_4 = \frac{X^4 e^{-X}}{24} \text{ и т.д.} \quad (3.2.4)$$

Здесь $X = \frac{L}{\lambda} = Ln\sigma_{tot}$, где L – расстояние, пройденное в газе; λ – длина свободного пробега электрона, n – концентрация газа, а σ_{tot} – полное сечение

неупругого рассеяния. На практике важны только одно-, дву- и трехкратные рассеяния. Вероятность четырехкратного рассеяния составляет для характерного значения $X = 0.35$ всего $P_4(0.35) = \frac{0.35^4 e^{-0.35}}{24} = 0.000441$.

Такое распределение будет верным для электронов, рожденных в одной точке под одним и тем же углом. Но электроны рождаются во всем объеме источника, и их путь зависит от угла, под которым они рождаются, так как при «наматывании» на магнитную линию путь увеличивается, а для разных углов коэффициент, характеризующий это «наматывание», разный (разный радиус прецессии). Для того чтобы получить правильное соотношение между вероятностями рассеяния, надо усреднить вероятности кратных столкновений по длине источника и по углу.

Усреднение по длине можно произвести аналитически. Количество частиц в элементе объема трубы можно представить в виде $dN = Sn(z)dz$, где S – эффективная площадь поперечного сечения источника, n – концентрация частиц, а z – координата вдоль оси источника. Также легко получить, что $dX = \sigma_{tot}n(z)dz$. Таким образом, получаем $dN = S / \sigma_{tot}dX = AdX$. Площадь поперечного сечения трубки в транспортных каналах отличается от площади сечения тритиевой трубы, но, как было указано в разд. 2.3, это отличие полностью компенсируется увеличением угла захвата электронов, так что эффективную площадь сечения трубки в данном расчете можно считать постоянной. Для вероятности прохождения без потерь получим:

$$\langle P_0 \rangle = \frac{\int_0^{N_{tot}} e^{-X} dN}{\int_0^{N_{tot}} dN} = \frac{\int_0^{X_{tot}} e^{-X} dX}{\int_0^{X_0} dX} = \frac{1}{X_0} (1 - e^{-X_0}), \quad (3.2.5)$$

где X_0 – полная толщина источника.

Аналогично:

$$\begin{aligned}
\langle P_1 \rangle &= \frac{\int_0^{N_{tot}} X e^{-X} dN}{\int_0^{N_{tot}} dN} = \frac{\int_0^{X_{tot}} X e^{-X} dX}{\int_0^{X_0} dX} = \frac{1}{X_0} (1 - e^{-X_0}) - e^{-X_0}; \\
\langle P_2 \rangle &= \frac{\int_0^{N_{tot}} \frac{X^2}{2} e^{-X} dN}{\int_0^{N_{tot}} dN} = \frac{\int_0^{X_{tot}} \frac{X^2}{2} e^{-X} dX}{\int_0^{X_0} dX} = \frac{1}{2X_0} (2 - e^{-X_0} (X_0^2 + 2X_0 + 2)); \quad (3.2.6) \\
\langle P_3 \rangle &= \frac{\int_0^{N_{tot}} \frac{X^3}{6} e^{-X} dN}{\int_0^{N_{tot}} dN} = \frac{\int_0^{X_{tot}} \frac{X^3}{6} e^{-X} dX}{\int_0^{X_0} dX} = \frac{1}{6X_0} (6 - e^{-X_0} (X_0^3 + 3X_0^2 + 6X_0 + 6)).
\end{aligned}$$

Дальше полученные выражения усредним по углу. Для этого надо получить зависимость удлинения пути от угла. Известно, что магнитное поле не может изменять абсолютную скорость электрона и влияет только на его направление, следовательно, полный путь, пройденный электроном, можно выразить как $S = V \cdot t$, где V – полная скорость, а t – время пролета определенного участка источника. Выражая время через продольную скорость электрона, получаем: $t = z / V_{\parallel}$, где z – пройденное электроном расстояние по оси источника. Таким образом, относительное увеличение пути может быть выражено как:

$$\frac{X}{X_0} = \frac{S}{z} = \frac{V}{V_{\parallel}} = \frac{1}{\cos \theta}, \quad (3.2.7)$$

где θ – угол между направлением скорости электрона и осью тритиевого источника.

Численное усреднение вероятностей по телесному углу (с учетом того, что максимальный угол определяется отражением от магнитной пробки в пинч-магните) дает следующие поправки к вероятностям столкновения:

$$\begin{aligned}
P_0 &= \langle P_0 \rangle \cdot (0.9996 - 0.0398 \cdot X_0); \\
P_1 &= \langle P_1 \rangle \cdot (1.0854 - 0.0460 \cdot X_0); \\
P_2 &= \langle P_2 \rangle \cdot (1.1595 - 0.0567 \cdot X_0); \\
P_3 &= \langle P_3 \rangle \cdot (1.2398 - 0.0682 \cdot X_0).
\end{aligned} \quad (3.2.8)$$

3.2.4. Экспериментальное определение эффективной толщины источника

Толщина источника X_0 является единственным параметром, характеризующим неупругое рассеяние электронов в источнике. К сожалению, информацию о ней невозможно получить из бета-спектра, а это означает, что при анализе она должна быть получена и введена в фит на основе других измерений. Для каждого сеанса и каждого файла в отдельности значение этой величины разное, так что при суммировании нескольких файлов его надо усреднять. В установившемся режиме толщина источника прямо пропорциональна концентрации водорода (всех изотопов) в тритиевой трубе, следовательно, измерение толщины эквивалентно измерению концентрации. Контроль напуска газа в источник осуществлялся с помощью датчика давления P_x , стоящего в системе напуска. Вследствие разности давлений в системе напуска и тритиевой трубе и нестабильности течения данные этого датчика ненадежны – погрешность составляет более 10%. Датчики давления в самой тритиевой трубе тоже не дают нужной точности. Единственным надежным способом определения концентрации газа является сам счет трития на детекторе. Зная количество распадов в единицу времени, можно найти количество трития, а зная процентное содержание трития в водороде (данные масс-спектрометра), можно определить полное количество водорода. Здесь предполагается (и данные масс-спектрометрии это подтверждают), что основную массу газа в ТМИ составляют именно протий и тритий.

Счет от распадов трития (используются измерения в мониторинной точке 18000 В) зависит не только от количества трития, но и от эффективности детектора, геометрии полей и многих других параметров. Поэтому можно записать лишь соотношение:

$$X_0 = A \frac{N_{mon}}{Tr}, \quad (3.2.9)$$

где X_0 – полная толщина источника, $N_{\text{мон}}$ – счет на основном детекторе при запирающем напряжении 18000 В за 20 секунд (мониторный счет), Tr – атомарное содержание трития в водороде, выраженное в процентах, а A – некоторый коэффициент пропорциональности. Этот коэффициент можно теоретически рассчитать только приблизительно. Кроме того, в разных сеансах он может существенно различаться.

Для экспериментального определения коэффициента пропорциональности в начале каждого сеанса проводилась серия измерений с использованием фотоэлектронной пушки. Использовались два спектра: с включенной пушкой и тритием и с тритием без пушки. Ускоряющее напряжение на пушке выставлялось чуть выше, чем граничная энергия бета-спектра. Таким образом, остаточный тритий не влиял на измерения. Дополнительно мерилась мониторная точка 18000 В и масс-спектр газа. Вычтя из спектра с пушкой спектр без пушки, можно получить спектр электронов, которые дает пушка (фон в этом случае вычитается). Образец такого спектра приведен на Рис. 20: «полочка» справа отделяет электроны, прошедшие источник без неупругого рассеяния; в левой части спектр выходит на константу, поскольку на бесконечности спектр потерь обращается в ноль. При помощи этих измерений можно оценить величину толщины источника X . Отношение величины «полочки» к полному счету соответствует отношению количества электронов, прошедших источник без потерь, к полному числу электронов. Как уже говорилось, для пушки, то есть при фиксированной длине источника, вероятность прохождения без потерь соответствует распределению Пуассона.

$$P_0 = e^{-X}. \quad (3.2.10)$$

Следовательно,

$$X = -\ln\left(\frac{N_0}{N_{\text{all}}}\right). \quad (3.2.11)$$

Используя данные по мониторинговому счету и масс-спектрометрии, можно вычислить коэффициент A :

$$A = \frac{X \cdot Tr}{N_{mon}}. \quad (3.2.12)$$

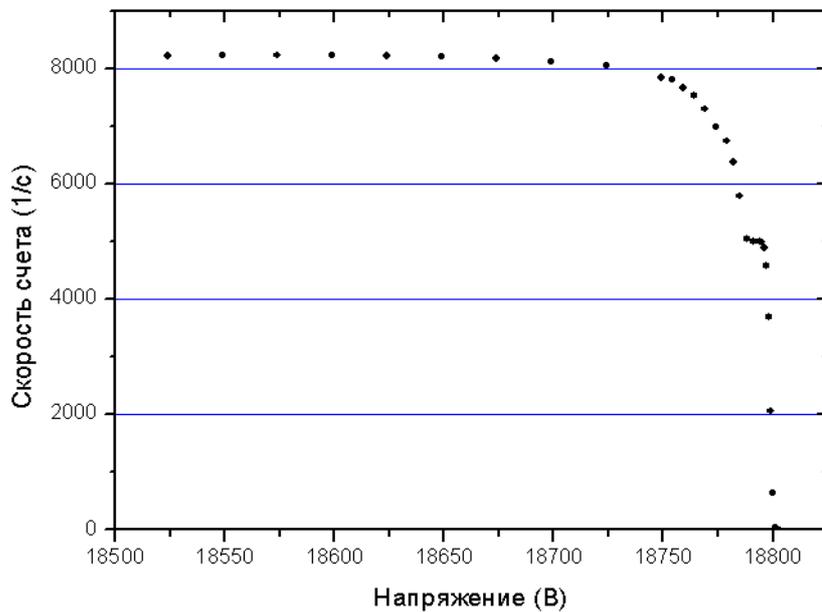


Рис. 20. Экспериментальный спектр электронов от электронной пушки при наличии трития в источнике.

Для правильного вычисления толщины источника по данным электронной пушки приходится учитывать то, что электроны от пушки летят не прямо вперед, а имеют некоторый разброс по углам. Несмотря на то что все электроны стартуют в одной и той же точке, необходимо учесть, что для различных углов вылета путь электрона будет разный из-за поправки на «наматывание». Для начала надо посчитать, как удлинение пути электрона зависит от исходного угла вылета. К сожалению, в данном случае нельзя пренебрегать наличием трития в транспортных секциях, ведущих от тритиевой трубы к насосам. Концентрация трития в этих секциях значительно ниже, чем в самой тритиевой трубе, но поле на порядок выше, так что и удлинение пути, связанное со спиральным движением, выше. Также придется сделать некоторые предположения относительно средней концентрации трития в этих рукавах. Для этой оценки использовались расчеты А. И. Маркина по распределению концентрации трития во время

измерений. Согласно этим расчетам концентрация газа в тритиевой трубе неизменна, а в транспортных каналах линейно падает с расстоянием.

Удлинение пути электрона в зависимости от магнитного поля может быть посчитано исходя из следующих соображений: магнитное поле не совершает работы и не меняет энергию электрона, следовательно, абсолютная скорость электрона остается постоянной, а меняется только соотношение между продольной и поперечной компонентами. Если продольная скорость электрона равна $V \cos \theta$, где V – полная скорость электрона, а θ – угол между осью установки и скоростью электрона, то время, за которое электрон пролетает некоторое расстояние L_0 , равно $\frac{L_0}{V \cos \theta}$.

Отсюда его полный путь $L = \frac{L_0}{V \cos \theta} V = \frac{L_0}{\cos \theta}$. Следовательно, относительное

увеличение пройденной толщины источника может быть получено по

формуле $\frac{X}{X_0} = \frac{L}{L_0} = \frac{1}{\cos(\theta)}$. В случае с пушкой все электроны рождаются в

одной точке, и поэтому удобно выразить удлинение через исходный угол

вылета $\gamma = \frac{X}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{H}{H_0} \sin^2 \theta_0}}$. Здесь H_0 – поле в транспортной системе

электронной пушки (принимается равным 300 Гс), а θ_0 – исходный угол вылета. Вычислим полное удлинение пути:

$$\gamma_{all}(\theta_0) = \frac{X}{X_0} = \frac{\int \gamma dX}{\int dX} = \frac{\int \gamma(H(z))n(z)dz}{\int n(z)dz} = \frac{\int \frac{1}{\sqrt{1 - H / H_0 \sin^2 \theta_0}} dz}{\int n(z)dz}. \quad (3.2.13)$$

Зная это удлинение, можно найти и усредненную величину. Распределение электронов из пушки по углам с большой степенью точности можно считать изотропным, а усреднять стоит вероятность прохождения без потерь, которая в случае электронной пушки выражается просто как e^{-X} :

$$\frac{P_0[\text{измеренное}]}{P_0[\text{реальное}]} = \frac{\int_0^{\theta_{\max}} e^{-X\gamma_{\text{all}}(\theta)} \sin \theta d\theta}{e^{-X} \int_0^{\theta_{\max}} \sin \theta d\theta}. \quad (3.2.14)$$

Данные расчеты были выполнены численно. На Рис. 21 представлен коэффициент, на который надо умножить измеренную P_0 , чтобы получить реальную вероятность (под реальной понимается вероятность для электронов, летящих только вперед).

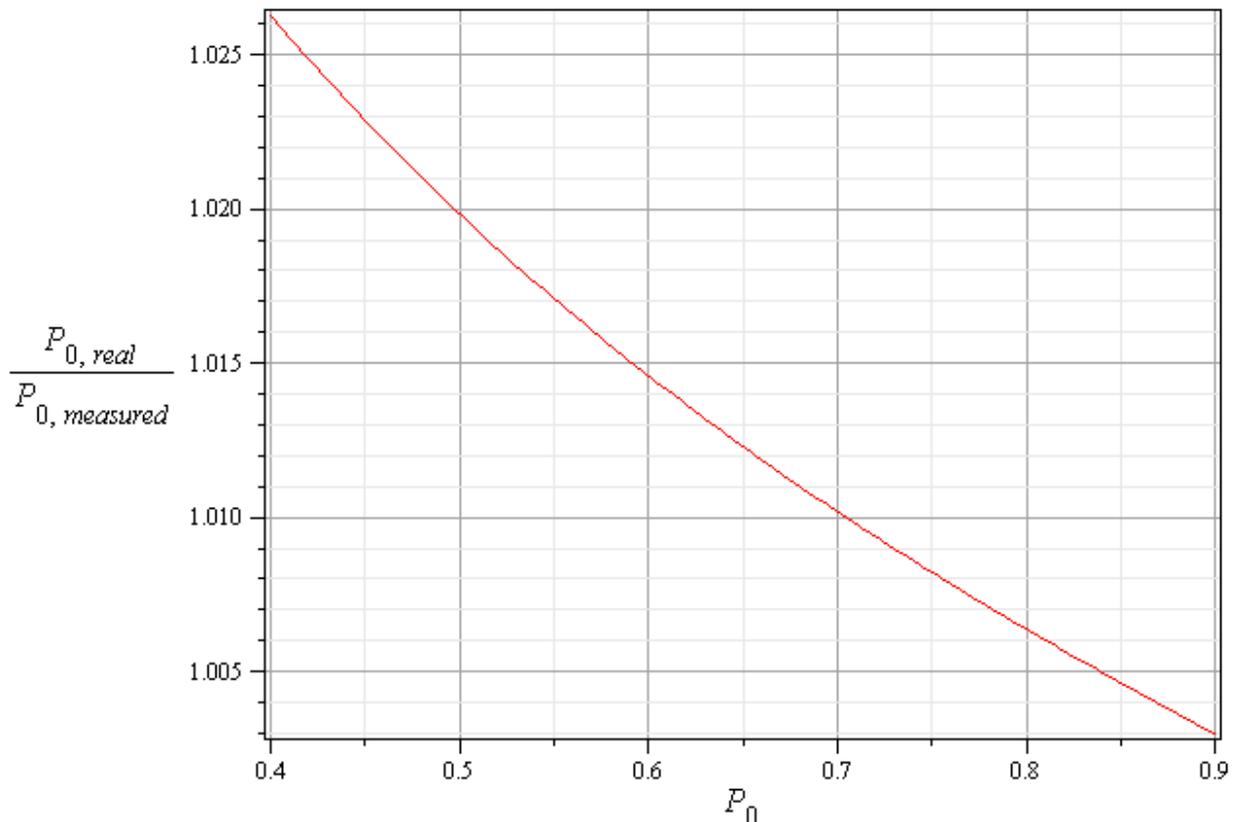


Рис. 21. Коэффициент пересчета из измеренной вероятности прохождения без потерь в реальную.

При таком подсчете наибольшую неопределенность вносит максимальный угол вылета электронов из электронной пушки (см. разд. 2.8). Согласно геометрии самой пушки этот угол составляет 0.0513 рад. Изменение этого угла на 10% приводит к относительному отклонению эффективной толщины $\Delta X / X = 0.006$.

В процессе вычислений также выяснилось, что существенный вклад в определение коэффициента дает учет мертвого времени системы сбора

данных. В измерениях тритиевого спектра этот фактор не играет особенной роли, так как скорость счета в исследуемой области не превышает десятков герц, и, соответственно, поправка на мертвое время мала. Но в измерениях на электронной пушке скорость счета достигает нескольких килогерц. Более того, количество электронов, прошедших без потерь, и полное количество прошедших в спектрометр электронов отличаются в среднем более чем на 30%, а это означает, что без правильного учета мертвого времени отношение этих величин будет неправильным. Для учета мертвого времени была использована формула:

$$N_{cor} = \frac{N}{1 - \frac{\tau N}{T}}, \quad (3.2.15)$$

где N – число событий без учета мертвого времени, T – полное время измерения точки, а τ – мертвое время на одно событие, которое составило 7.2 мкс.

В некоторых случаях при работе с электронной пушкой использовалась мониторинговая точка 18175 вместо 18000, принятой в сеансах с тритием. Для приведения мониторинговых счетов использовалось соотношение, полученное из модельного спектра с учетом рассеяния:

$$\frac{N[18175]}{N[18000]} = 0.318. \quad (3.2.16)$$

Первоначально предполагалось, что коэффициент пересчета будет примерно одним и тем же для всех измерений. На практике, при проверке данных электронной пушки по разным сеансам, выяснилось, что расхождение может достигать 30%. Это может быть связано с положением детектора и конфигурацией тритиевого источника. Последствием этого факта является то, что коэффициент пересчета должен быть вычислен для каждого сеанса в отдельности. Те сеансы измерений, в которых этот коэффициент не может быть установлен точно, не очень надежны и в анализе не использовались. Подобный отбор данных является одним из основных

отличий настоящей работы от предыдущих попыток обработки данных нашего эксперимента ([25]).

3.2.5. Траппинг-эффект

Существенным искажением спектра является так называемый траппинг-эффект, или эффект запираания электронов в источнике. Дело в том, что из-за конфигурации полей в источнике появляется магнитная ловушка (поле в источнике при стандартных расчетных полях – 0.8 Тл, а в транспортном канале – 5 Тл). В адиабатическом режиме максимальный угол по отношению к оси, под которым электроны преодолевают магнитную пробку, составляет

$$\sin \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{B_S}{B_T}} = \sqrt{\frac{0.8}{5}} = 0.4, \quad (3.2.17)$$

где B_S – поле в тритиевой трубе, а B_T – поле в транспортном канале. Получаем, что $\alpha_{\max} \approx 23.5^\circ$. Соответствующий этому телесный угол $\frac{\Omega}{2\pi} = (1 - \cos \alpha_{\max}) \approx 0.08$. То есть более 90% электронов оказываются запертыми в тритиевой трубе. Запертые в источнике электроны могут за счет столкновений вновь попасть в угол захвата спектрометра, но при этом распределение по энергиям у них будет уже совсем не такое, как у электронов, попавших в спектрометр напрямую.

Оценим спектр потерь для траппинговых электронов. Пусть w – вероятность при столкновении попасть в угол захвата спектрометра, $d\varepsilon$ – средние потери энергии на одно столкновение. Тогда после n столкновений потери энергии электроном составят $\varepsilon = n \cdot \Delta\varepsilon$, а вероятность остаться в ловушке после n соударений $W_n = (1 - w)^n$. Тогда

$$W_n = (1 - w)^{\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}} = e^{-A\varepsilon}, \quad (3.2.18)$$

где $A = -\frac{\ln(1-w)}{\Delta\varepsilon}$. Полученное выражение – это интегральный спектр траппинговых электронов. Для получения дифференциального спектра надо взять производную от него по параметру ε :

$$\frac{dW}{d\varepsilon} = -Ae^{-A\varepsilon}. \quad (3.2.19)$$

Таким образом, получаем, что спектр траппинга в первом приближении можно считать экспонентой с отрицательным показателем.

Для получения более точного спектра было проведено Монте-Карло моделирование рассеяния электронов в тритиевом источнике. При моделировании учитывалось квазиупругое рассеяние электронов на кулоновском поле молекул газа. Было разыграно 10^7 событий рождения электронов в полный телесный угол. Из этих событий были отобраны те электроны, которые были рождены под углом большим, чем угол захвата спектрометра, но при этом в конце концов попали туда. Эти электроны по логике и являются траппинговыми. Из полученных событий (около 9800) была составлена гистограмма по конечной энергии с величиной бина 10 эВ (Рис. 22).

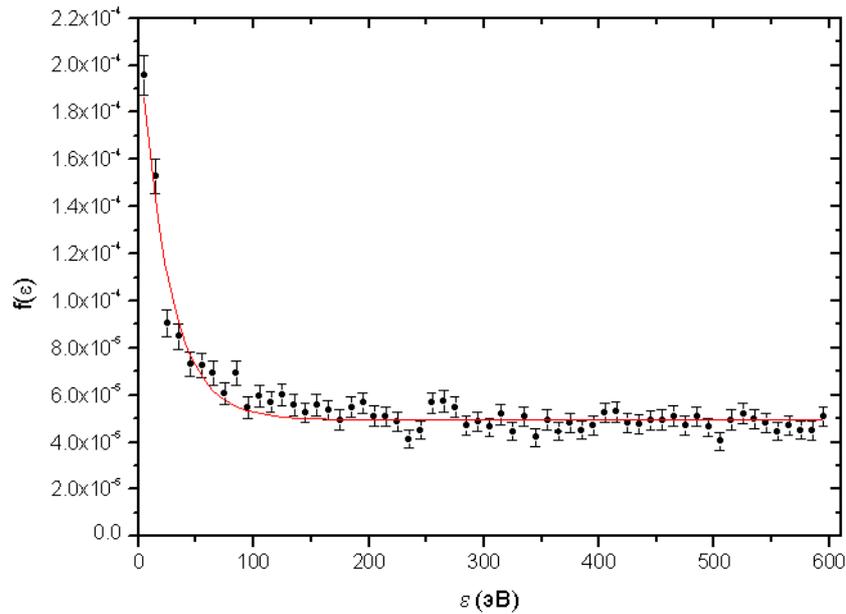


Рис. 22. Результаты моделирования траппинг-эффекта. Распределение потерь энергии электронами, запертыми в источнике. Сплошной кривой обозначены результаты фитирования.

Как видно из рис. 22, гистограмма неплохо описывается экспонентой с отрицательным коэффициентом с некоторой постоянной подложкой. При выводе в первом приближении формулы мы считали, что средние потери энергии на одно столкновение одинаковые независимо от количества столкновений, также не учитывалась реальная геометрия полей в источнике. На Рис. 23 в координатах полной потери энергии и полного пробега электрона нанесены все события, использованные для получения Рис. 22. Для расстояний много больше длины свободного пробега электронов полный пробег электронов линейно связан с количеством соударений. По рис. 23 видно, что, хотя наиболее вероятная потеря энергии с увеличением числа этих соударений растет линейно, средние потери на одно столкновение отклоняются от этой зависимости. В связи с этим результаты моделирования Монте-Карло являются более надежными, чем теоретический расчет.

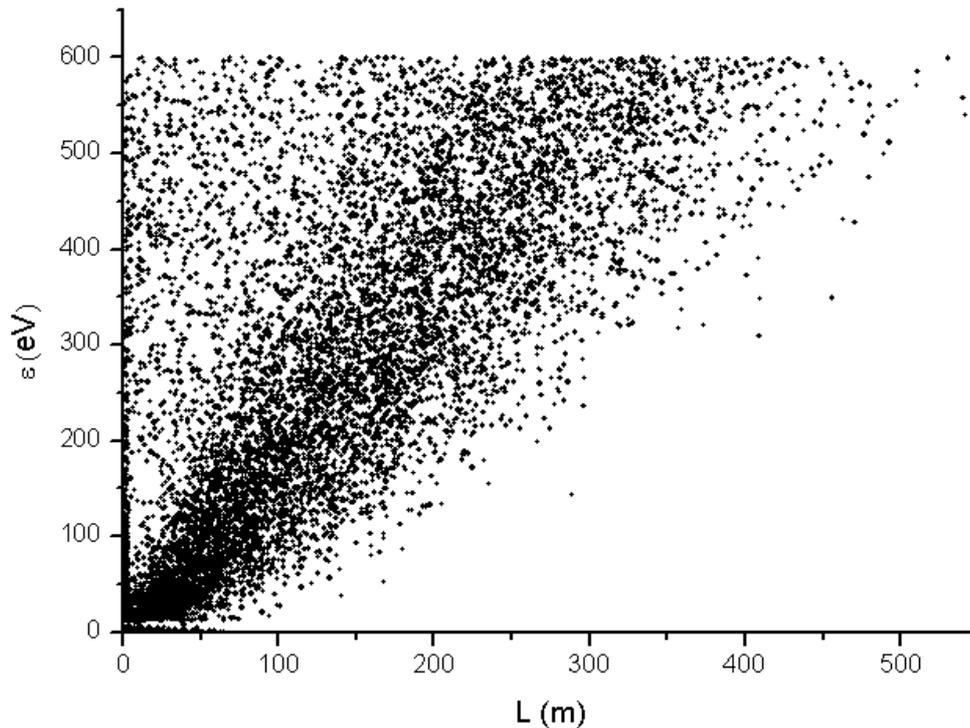


Рис. 23. Зависимость потерь энергии электроном от расстояния, пройденного в тритиевой трубе.

После приведения спектра к нормировке, соответствующей нормальному спектру потерь, получаем добавку в виде

$$trap(\varepsilon) = 1.86 \cdot 10^{-4} \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon}{25}\right) + 5.5 \cdot 10^{-5} \text{ (сплошная кривая на Рис. 22).}$$

3.2.6. Полный спектр потерь

Результирующий спектр потерь с учетом траппинг-эффекта можно записать следующим образом:

$$Tr(\varepsilon) = P_0 \delta(\varepsilon) + P_1 f_1(\varepsilon) + P_2 f_2(\varepsilon) + P_3 f_3(\varepsilon) + trap(\varepsilon). \quad (3.2.20)$$

Здесь $\delta(\varepsilon)$ – дельта-функция, отражающая проход электронов без потерь энергии.

3.3. Функция разрешения спектрометра

Для вычисления разрешения спектрометра представим кинетическую энергию электрона в виде суммы двух компонент:

$$E = E_{\parallel} + E_{\perp} = \frac{mV_{\parallel}^2}{2} + \frac{mV_{\perp}^2}{2}. \quad (3.3.1)$$

Использование классического приближения для кинетической энергии оправдано тем, что энергия электронов мала. Используя формулу (2.3.1), можно выразить энергию, связанную с движением электрона параллельно силовой линии магнитного поля:

$$E_{\parallel} = E \left(1 - \frac{H}{H_S} \sin^2 \alpha_S \right). \quad (3.3.2)$$

Магнитное поле не изменяет энергию частицы, а электрическое влияет только на «параллельную» ее компоненту, так что для энергии частицы в анализирующей плоскости можно написать следующие выражения:

$$\begin{aligned} E_{A,\perp} &= E_{S,\perp}, \\ E_{A,\parallel} &= E \left(1 - \frac{H_A}{H_S} \sin^2 \alpha_S \right) - qU. \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

Здесь q – заряд электрона, U – напряжение на электроде. Для вычисления максимального исходного угла, при котором электроны преодолевают запирающее напряжение, нужно приравнять параллельную составляющую энергии электрона в анализирующей плоскости к нулю:

$$\begin{aligned} qU &= E \left(1 - \frac{H_A}{H_S} \sin^2 \alpha_{S,\max} \right), \\ \sin \alpha_{S,\max} &= \sqrt{\frac{H_S}{H_A} \left(1 - \frac{qU}{E} \right)}. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Функция разрешения спектрометра определяется отношением количества электронов, прошедших через запирающее напряжение, к общему количеству электронов, прошедших через пинч-магнит. Воспользовавшись тем, что в тритиевом источнике электроны рождаются изотропно, то есть их количество пропорционально телесному углу, а также формулой (2.3.2), можно получить:

$$R(E, U) = \frac{\Omega_{A, \max}}{\Omega_{P, \max}} = \frac{1 - \cos \alpha_{A, \max}}{1 - \cos \alpha_{P, \max}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{H_S}{H_A} \left(1 - \frac{qU}{E}\right)}}{1 - \sqrt{\frac{H_S}{H_A}}}, \text{ при } 0 \leq E - U \leq \frac{H_A}{H_P} E. \quad (3.3.5)$$

Здесь $\alpha_{A, \max}$ – максимальный угол в анализирующей плоскости, а $\alpha_{P, \max}$ – максимальный угол в пинче.

Ограничение вызвано тем, что при энергии электрона меньше запирающего напряжения все электроны отражаются от анализатора, а при $\alpha_{A, \max} \geq \alpha_{P, \max}$ проходят все электроны, преодолевающие пинч-магнит.

На практике более удобной является следующая запись:

$$R(U, E) = \begin{cases} 0 & , E - U < 0 \\ 1 - \sqrt{1 - \frac{E - U}{E} B} & , 0 \leq E - U \leq \Delta E, \\ 1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta E}{E} B} & \\ 1 & , E - U > \Delta E \end{cases} \quad (3.3.6)$$

где $\Delta E = A \cdot E$ – ширина функции разрешения, $A = \frac{H_A}{H_P}$ – основной параметр разрешения, а $B = \frac{H_S}{H_A}$ – дополнительный параметр разрешения.

При рабочих значениях полей параметр B почти не влияет на форму спектра. Типичная функция разрешения приведена на Рис. 24.

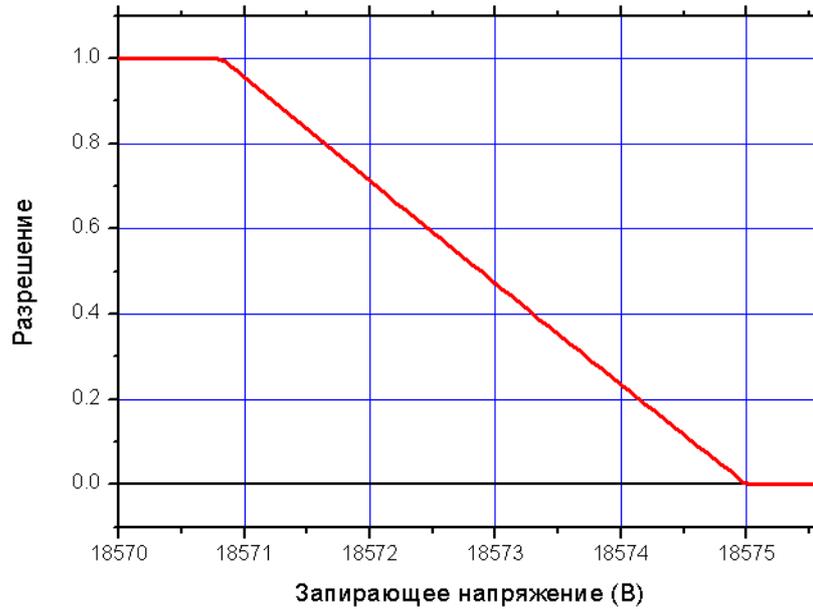


Рис. 24. Функция разрешения спектрометра для типичных полей.

3.4. Окончательный спектр

Для получения окончательного спектра надо последовательно свернуть все функции, а также добавить нормировочный и фоновый факторы:

$$Spectrum(U) = N \cdot \int S(E) \otimes Tr(E) \cdot R(U, E) dE + bkg . \quad (3.4.1)$$

Здесь $S(E)$ – бета-спектр, просуммированный по конечным состояниям; $Tr(E)$ – спектр потерь энергии электронов в источнике, $R(U, E)$ – разрешение спектрометра (U – запирающее напряжение), а N и bkg соответственно нормировка и фон. В процессе обработки данных параметры потерь и разрешения спектрометра остаются неизменными (так как не зависят от фитуемых параметров), поэтому можно сделать следующую перестановку интегралов:

$$\begin{aligned}
 Spectrum(U) &= \int S(E) \otimes Tr(E) \cdot R(U, E) dE = \\
 &= \int \int S(E_i) \cdot Tr(E_i - E) dE_i \cdot R(U, E) dE = \\
 &= \iint S(E_i) \cdot Tr(E_i - E) \cdot R(U, E) dE dE_i = \\
 &= \int S(E_i) \cdot Res(U, E_i) dE_i \quad \text{где} \\
 Res(U, E_i) &= \int Tr(E_i - E) \cdot R(U, E) dE.
 \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

Здесь E_i – энергия электронов в бета-распаде. Такая перестановка позволяет существенно сэкономить время вычислений, так как $Res(U, E)$ может быть вычислена один раз за фит и в дальнейшем не пересчитываться.

При суммировании спектров с различными толщинами источника получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} Spectrum_1(U) + Spectrum_2(U) &= N_1 \int S(E) \otimes Tr_1(E) \cdot R(U, E) dE + \\ + N_2 \int S(E) \otimes Tr_2(E) \cdot R(U, E) dE &= \int S(E) \otimes (N_1 Tr_1(E) + N_2 Tr_2(E)) \cdot R(U, E) dE = (3.4.3) \\ &= 2 \int S(E) \otimes \left(\frac{N_1 \cdot P_{0,1} + N_2 \cdot P_{0,2}}{2} \delta(\varepsilon) + \frac{N_1 \cdot P_{1,1} + N_2 \cdot P_{1,2}}{2} f(\varepsilon) + \dots \right) \cdot R(U, E) dE. \end{aligned}$$

Это означает, что при суммировании разных файлов для получения правильного спектра достаточно просто усреднять вероятности кратных потерь с весами, пропорциональными нормировке в выбранных файлах (в качестве таких весов выбирается мониторный счет как индикатор средней интенсивности распадов трития):

$$P_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{0,i} \cdot N_{mon,i} \quad \text{и т.д.} \quad (3.4.4)$$

На практике значения, полученные при помощи такой процедуры, практически не отличаются от тех, что можно получить при простом усреднении (без весов).

Глава 4. Процедура обработки

4.1. Метод квазиоптимальных весов

В современных экспериментах с очень маленьким числом событий важны не только методики получения данных, но и способы их обработки. В нашем случае речь идет о методах нахождения наилучшей кривой, описывающей экспериментальные данные, и определении параметров этой кривой. Для такой оценки – фитирования – существует много различных методов. Наиболее часто используемыми являются два из них: метод максимума правдоподобия и метод минимума χ^2 .

В методе максимума правдоподобия за основу берется так называемая функция правдоподобия. По сути, это полная вероятность того, что при данном наборе параметров может случайно получиться заданный набор экспериментальных точек. Если фиксировать экспериментальные данные, то тот набор параметров, при котором функция правдоподобия будет максимальна, и будет искомой оценкой. Доверительные интервалы для оценки получаются путем интегрирования функции правдоподобия. Метод максимума правдоподобия универсален, но, будучи очень удобным для одного-двух параметров, он уже с трудом применим для трех-четырех, так как сопряжен с огромными объемами вычислений.

Метод минимума χ^2 использует аналогичный способ. Из экспериментальных данных и соответствующих им теоретических значений (зависящих от параметров) составляется χ^2 -сумма, которая характеризует отклонение экспериментальных точек от теоретических и при гауссовском распределении ошибок сама распределена согласно χ^2 -распределению. Значения параметров, при которых достигается минимум χ^2 , являются оценкой этих параметров. Этот метод обладает наибольшей эффективностью только для работы с нормальными распределениями, но легко реализуем на практике и не требует значительного количества вычислений. Кроме того, часто используется то обстоятельство, что вблизи минимума χ^2 имеет

квадратичный характер (в точности это верно только для нормального распределения). И в том и в другом методе используется максимизация или минимизация некоторой функции, что не очень удобно с точки зрения алгоритма реализации такой процедуры.

В данной работе в качестве основного фитирующего алгоритма был использован метод квазиоптимальных весов, разработанный Ф. В. Ткачевым ([38] и [39]). Он позволяет свести задачу фитирования не к поиску оптимума, а к решению системы уравнений, что представляется значительно более простым и наглядным методом.

4.1.1. Суть метода

В основе метода квазиоптимальных весов лежит следующий подход: пусть есть некоторый набор функций $\varphi(X)$ экспериментальных данных X . Можно составить среднее значение этих функций по набору данных. С одной стороны, можно просто усреднить значения этих функций по экспериментальным точкам:

$$\langle \varphi \rangle_{\text{exp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(X_i), \quad (4.1.1)$$

где N – количество экспериментальных точек. С другой стороны, можно получить и теоретическое среднее φ – математическое ожидание функции:

$$\langle \varphi \rangle_{\text{theor}} = E[\varphi] = \int \varphi(X) \cdot f(X | \theta) dX = h(\theta), \quad (4.1.2)$$

где $f(X|\theta)$ – функция плотности вероятности X в зависимости от исследуемого набора параметров θ (в общем случае θ – это не один параметр, а вектор, состоящий из нескольких параметров θ_i). Считая, что для оптимального набора параметров теоретическое среднее совпадает с экспериментальным, получаем уравнение (или систему уравнений):

$$\langle \varphi \rangle_{\text{theor}} = \langle \varphi \rangle_{\text{exp}} = h(\hat{\theta}). \quad (4.1.3)$$

Полученная таким образом оценка является состоятельной и несмещенной для любых функций φ , но эффективность (разброс оценок при

конечной выборке) может существенно меняться в зависимости от функции φ , которую в дальнейшем будем называть весом.

Такой метод в литературе называется обобщенным методом моментов, так как происходит от хорошо известного метода моментов, в котором в качестве весов брались X^n . При таком выборе веса $h(\theta)$ является центральным n -ным моментом распределения. Метод моментов очень прост в использовании, но его эффективность существенно ниже, чем у прочих методов, поэтому при обработке данных физических экспериментов сейчас он практически не используется.

В своих работах ([38] и [39]) Ф. В. Ткачев показал, что можно подобрать такой вес φ , при котором эффективность обобщенного метода моментов достигает теоретического предела Рао – Крамера. Этот оптимальный вес является функцией некоторого «истинного» набора параметров θ (который, вообще говоря, и надо найти при фитировании). Суть метода квазиоптимальных весов заключается в том, что вместо оптимального веса $\varphi(\theta, X)$ используется квазиоптимальный вес $\varphi(\theta_0, X)$, рассчитанный в точке θ_0 , близкой к истинному значению θ . Оценка, полученная при использовании квазиоптимального веса, не самая эффективная, но в работах Ф. В. Ткачева показано, что она всегда находится ближе к истинному значению θ , чем исходная точка θ_0 . Таким образом, можно организовать итерационную процедуру, где результат оценки используется в качестве отправной точки построения веса для следующей оценки.

4.1.2. Проверка эффективности метода

Для проверки эффективности метода и контроля за работой фитирующей программы был проведен статистический тест, в котором эффективность метода квазиоптимальных весов сравнивалась с эффективностью метода максимума правдоподобия ([40]). Для подобных задач метод максимума правдоподобия дает наиболее эффективную возможную оценку ([41]), поэтому следует сравнивать именно с ним.

Для каждого из двух методов было симулировано по 2000 спектров, аналогичных набору данных за один сеанс измерений. Затем эти спектры были фитированы двумя методами. На Рис. 25 и Рис. 26 представлены гистограммы распределения оценки параметра, в данном случае квадрата массы нейтрино m_ν^2 . По вертикальной оси отложено количество событий в бине. Исходное значение параметра m_ν^2 для моделирования полагалось равным нулю.

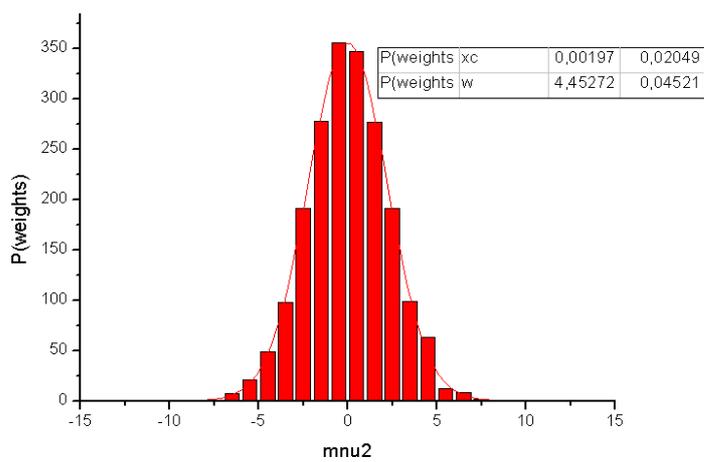


Рис. 25. Гистограмма распределения оценки методом квазиоптимальных весов.

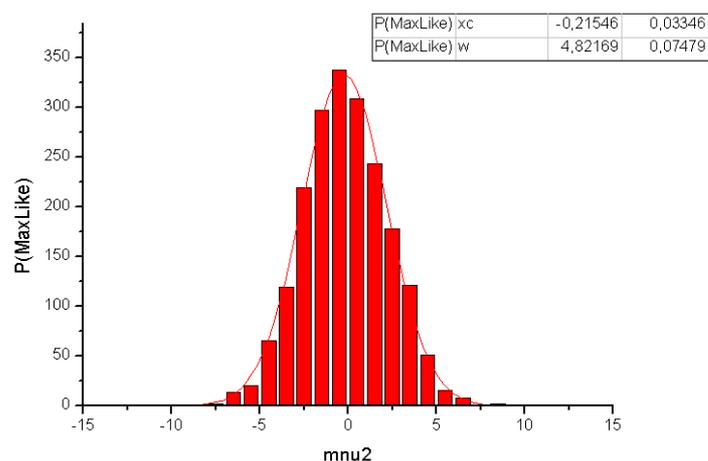


Рис. 26. Гистограмма распределения оценки методом максимума правдоподобия.

Как видно из рисунков, оба метода дают несмещенную, нормально распределенную оценку (для удобства произведен фит гауссоидой; среднее значение и ширина гауссоиды приведены в таблицах), причем разброс оценок по методу квазиоптимальных весов не превышает разброса оценок по

методу максимума правдоподобия, чем проверяется статистическая эффективность метода. Конечно, разброс оценок определяется не только свойствами метода, но и статистикой в конкретном измерении, но в данном случае статистика одинаковая.

При практическом использовании оказались очень удобными дополнительные инструменты, предоставляемые методом квазиоптимальных весов. Например, невязка при решении системы уравнений (норма разности между правой и левой частью) является критерием качества нахождения оптимального решения. Также полезную дополнительную информацию о статистических свойствах фитируемых функций можно почерпнуть из графика зависимости веса φ от параметра.

4.2. Среда разработки *BlackBox*

Помимо метода квазиоптимальных весов Ф. В. Ткачев также предложил использовать для всей программы обработки объектную среду BlackBox Component Builder ([42]), реализующую язык программирования Oberon 2 или Component Pascal. В процессе работы выяснилось, что помимо очевидного и удобного синтаксиса языков Pascal-ветви среда обладает целым рядом существенных преимуществ для создания научных и учебных программ:

- **Компактность.** Сама среда и компилятор занимают около 15 МБ на жестком диске, не требуют сложных процедур установки или каких-то специфических системных ресурсов.
- **Гибкость.** Язык соответствует современным стандартам объектного программирования. Это позволяет создавать ошибкоустойчивые многофункциональные программы, а также обеспечивает богатейший спектр возможностей по применению разных элементов кода без переделки исходников.
- **Интерактивность.** Существенный элемент для реализации научных и учебных задач. Среда поддерживает возможность интерактивного вызова

любых функций программы вручную без создания какой-либо оболочки или командного модуля. Это позволяет при работе с данными производить любые операции в любом порядке.

Единственный серьезный недостаток среды – отсутствие широкой мировой поддержки и, как следствие, слабая проработанность некоторых прикладных библиотек.

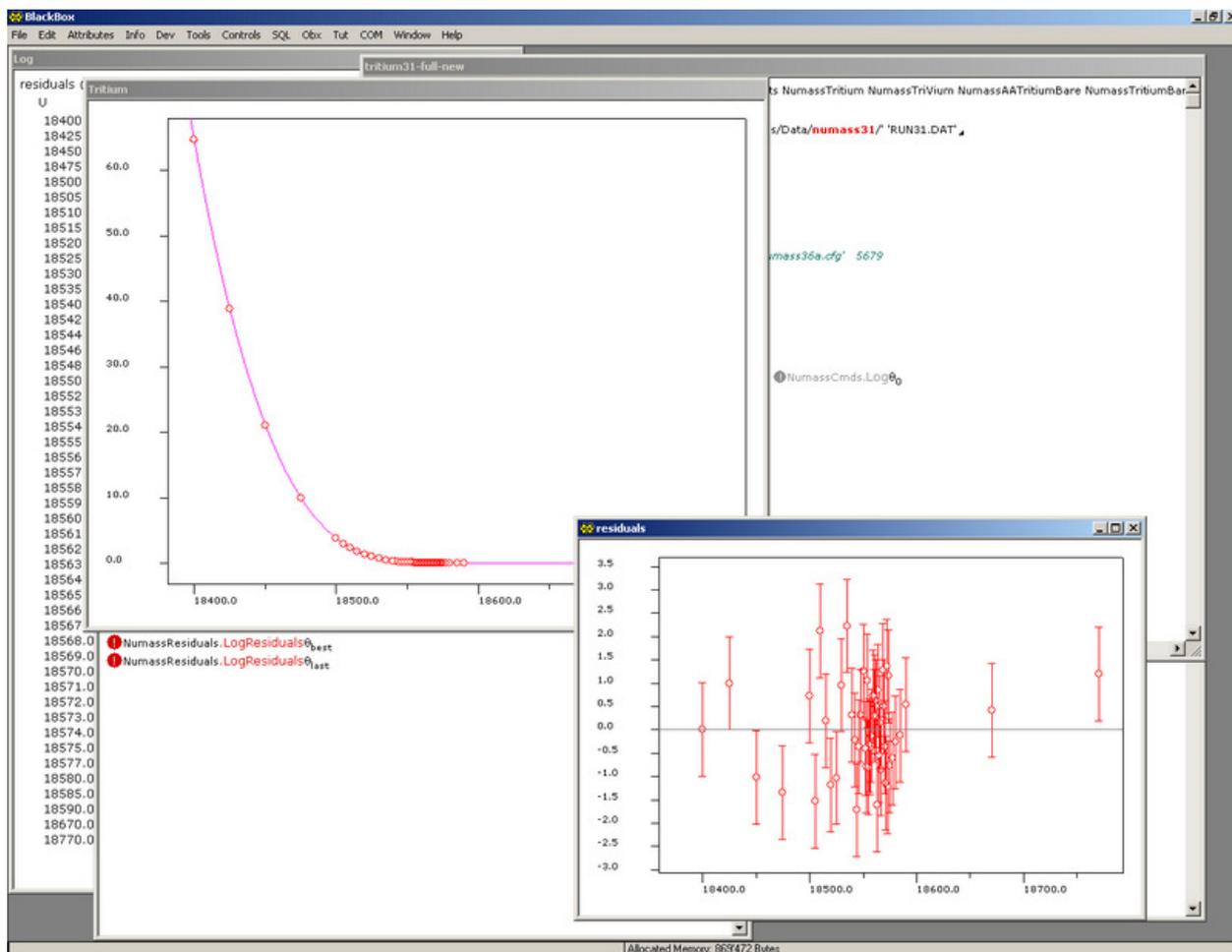


Рис. 27. Вид рабочей области среды BlackBox и программного комплекса numass.

4.2.1. Подсистемы Numass, Numath и Bayesian

Для обработки Ф. В. Ткачевым были созданы две подсистемы: Numass и Numath. Подсистема Numath включает в себя весь математический аппарат и необходимые абстракции для дальнейшей работы, а также ядро реализации метода квазиоптимальных весов. Она целиком разработана Ф. В. Ткачевым и в дальнейшем использовалась без изменений. Подсистема Numass содержит конкретные реализации спектров и функций, относящихся к задаче

определения массы нейтрино. Основа для нее также была создана Ф. В. Ткачевым, но впоследствии, по мере конкретизации представления о том, как именно надо обрабатывать спектр, мной был внесен ряд изменений в конкретные реализации спектра и чтения файлов данных.

Система Bayesian разработана мной дополнительно для проверки полученных результатов методом максимума правдоподобия, а также для реализации байесовского подхода в оценке параметров вблизи границы их физической области. Подсистема эффективно работает для однопараметрического фита и не может заменить собой полноценный фитирующий алгоритм.

4.3. Предварительная обработка данных

Основным элементом набора данных является файл. Один файл соответствует 2–2.5 часам набора данных, содержит несколько точек с различными напряжениями на электроде (обычно это полный проход по всем напряжениям) и информацию о времени прихода и амплитуде каждого события. Вместе с бинарным файлом с данными (расширение .dat) по умолчанию пишется файл-листинг (.lst), содержащий краткую информацию о файле в целом и суммарный счет по каждой точке высокого напряжения.

4.3.1. Первичный отбор плохих файлов и точек

В рамках первичной обработки данных осуществляется откидывание файлов, помеченных в процессе эксперимента как непригодные для обработки (резкие изменения параметров установки, сбои системы сбора данных или аварийные ситуации). Также отбрасываются файлы, в которых разброс по мониторному счету в течение одного файла (мониторная точка в файле измеряется в среднем девять раз) превышает 10%. Обычно это означает, что тритиевый источник пребывает в нестационарном состоянии, и, следовательно, данные этого файла для обработки не годятся.

Далее отбор событий осуществляется уже не на уровне файлов, а на уровне отдельных точек по высокому напряжению. Выкидываются целиком точки, где не удавалось стабилизировать напряжение на электроде. На этом этапе также осуществляется анализ амплитуды сигналов. Несмотря на то что полупроводниковый детектор работает в счетном режиме и основной его функцией является точное определение количества событий, его энергетическое разрешение (1.8–2.2 кэВ) позволяет отсеивать события с энергией сильно выше или сильно ниже исследуемой области (18000–18600 эВ) и тем самым значительно подавлять фон. Для этого при помощи процедуры, описанной в [29], осуществляется выбор «окна» для каждой точки по высокому напряжению. События в «окне» считаются сигналом, в то время как остальные можно считать фоновыми. Такая процедура позволяет снизить фон на 80–90%.

После первичного анализа из сырых файлов с данными создаются промежуточные текстовые файлы, содержащие для каждой точки по высокому напряжению посекундную информацию о количестве событий с энергией меньше «окна», событий в «окне» и событий с большей энергией.

4.3.2. Отбор «пачек»

Основной процесс, дающий вклад в фон, – это так называемые пачки. Если в спектрометре по тем или иным причинам появляется высокоэнергетичный электрон, скорость которого составляет с осью спектрометра большой угол (основным источником этих электронов считается остаточный тритий в спектрометре), то этот электрон оказывается запертым в магнитной ловушке спектрометра и может существовать там вплоть до десятков секунд. За это время он совершает огромное количество пробегов в объеме спектрометра и, естественно, ионизирует остаточный газ. Вторичные электроны, в свою очередь, ускоряются полем электрода и также могут участвовать в ионизации. Некоторые из электронов могут в конце концов попасть в детектор. Таким образом, образуется электронная лавина,

которая видна в данных как кратковременное увеличение скорости счета – «пачки» импульсов. Скорость счета в таких «пачках» может достигать нескольких герц, что несущественно для точек, где счет от трития составляет сотни герц, но дает огромный вклад для точек в конце тритиевого спектра, которые и являются самыми важными для анализа.

Для того чтобы избавиться от этого искажения спектра, в автоматическом режиме осуществляется поиск временных участков, в которых скорость счета аномально увеличена по сравнению со средней скоростью счета. Затем эти участки времени вырезаются из набора данных вместе с содержащимися там событиями.

Для отслеживания и удаления «пачек» из набора данных используется автоматический анализ частоты прихода событий. На основе всего набора анализируемых данных вычисляется средняя скорость счета на данной точке (подразумеваются точки высокого напряжения). Затем выбирается некоторая длина временного окна (обычно 5–15 с), в котором и производится анализ. Если λ – среднее количество событий, которое приходится на это окно, а n – номинальное количество событий, то вероятность того, что такое число событий произошло случайно, согласно пуассоновскому распределению:

$$P = \sum_0^n \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = 1 - \alpha. \quad (4.3.1)$$

Соответственно, если α меньше определенного значения (используются числа от 10^{-3} до 10^{-5}), то можно считать, что участок содержит аномальное увеличение счета, то есть «пачку». Если «пачка» не обнаружена, то «окно» сдвигается на одну секунду и процедура повторяется. Также предусмотрен механизм автоматического расширения «окна» при нахождении длинных «пачек». Наибольшую эффективность процедура отбора имеет при работе с точками, средний счет в которых составляет несколько герц, то есть когда базовый счет сравним со счетом от «пачек». При счете в десятки герц и выше нормальный отбор «пачек» уже невозможен, но можно внести поправку на

невидимые «пачки», используя частоту их появления на точках с низким счетом.

Помимо отбора «пачек» на этапе предварительной обработки вносятся поправки, учитывающие особенности системы сбора данных. При обработке для выделения из набранных данных значений темпа счета применяется следующая последовательность действий:

- 1) Отбор данных для обработки – проверка мониторного счета, измеренного высоковольтного напряжения и рабочих давлений в источнике.
- 2) Выбор эффективности регистрации.
- 3) Фильтрация групп импульсов, вызванных фоновыми причинами.
- 4) Коррекция высокоинтенсивных точек по статистике «пачек» импульсов в низкоинтенсивных точках.
- 5) Коррекция на мертвое время системы сбора.
- 6) Коррекция на наложения импульсов.
- 7) Вычисление темпа счета.

4.4. Процедура отбора данных

4.4.1. Отброс наборов данных с неточными внешними параметрами

В процессе обработки выяснилось, что результаты фита-квадрата массы нейтрино сильно скоррелированы с величиной эффективной толщины, заложенной при вычислении теоретического спектра. В связи с этим наборы данных, в которых не удалось достоверно установить эффективную толщину, не были использованы в обработке. В частности, пришлось полностью отбросить сеанс 21 (Таблица 2) и более ранние, в которых нет точных данных о коэффициенте пересчета из мониторного счета в эффективную толщину.

Таблица 2. Список сеансов работы установки.

Сеанс	Время проведения	Комментарии
21	01.1997–03.1997	Отброшен из-за отсутствия данных о коэффициенте пересчета
22	06.1997–07.1997	Использован
23	11.1997–12.1997	Использован
24	01.1998–02.1998	Использован в виде двух наборов данных с разными токами
25	05.1998–06.1998	Использован
26	12.1998	Короткий, нет данных о толщине источника. Не использован
27	01.1999	Технический сеанс
28	04.1999–05.1999	В обработке участвовала только часть сеанса, в которой использовался детектор с золотым напылением
29	10.1999	Использован
30	12.1999	Использован
31	12.2000	Использован
32	–	Технический сеанс
33	06.2001	Использован
34	11.2001	Не участвовал в обработке из-за неточных данных о толщине источника
35	–	Технический сеанс
36	03.2002–04.2002	Использован

4.4.2. Выкидывание точек из спектра

Одной из сложностей при обработке данных оказалось то, что точки спектра в фоновой области (при напряжениях больше, чем граничная энергия бета-спектра) имеют слишком большой вес (ошибка вычисляется как корень из числа отсчетов). Из-за несовершенства системы отбора «пачек» отсчеты в фоновых точках распределены сильно неравномерно, и, хотя эти точки не несут информации о квадрате массы нейтрино, они существенно усложняют работу фитирующего алгоритма и ухудшают результирующее согласие

данных с фитирующей кривой. Для решения этой проблемы можно использовать два метода: во-первых, равномерно увеличить ошибку всех точек, тем самым уменьшив относительный вес фоновых точек; во-вторых, удалить фоновые точки, которые особенно выбиваются из общей последовательности. Последний метод является не совсем корректным, так как при этом обработчик вносит дополнительную информацию, которая теоретически может исказить конечный вариант, но при этом потеря статистической точности меньше. В данном случае фоновые точки влияют только на точность определения фона, который является вспомогательным параметром и слабо влияет на квадрат массы нейтрино, поэтому их удаление не оказывает никакого эффекта на оценку массы нейтрино.

Удаление выбивающихся фоновых точек происходило всего в двух наборах данных с особо плохими фоновыми условиями. В каждом из случаев проводился фит как с полным набором точек, так и с исключенными точками. Полученные оценки квадрата массы нейтрино отличаются не более чем на 10% от собственной статистической ошибки, но при этом согласие данных с кривой существенно улучшается. Такое сравнение доказывает возможность удаления фоновых точек.

4.5. Процедура фитирования

Для фитирования используется не весь снятый бета-спектр (от 18000 эВ), а только его часть, начинающаяся от так называемого нижнего напряжения E_{low} . В статье [43] исследовалась зависимость систематической и статистической ошибок от этого напряжения. В качестве оптимальной была выбрана точка 18300. Для нового анализа использовалось значение 18400. При этом статистическая погрешность немного увеличивается, но уменьшается риск систематических искажений бета-спектра. Кроме всего прочего, при напряжении 18400 уже практически не играют роли поправки на мертвое время и двойные совпадения, что также уменьшает влияние систематических эффектов на оценку параметров.

В фите используются четыре основных параметра:

- bk_g – постоянный фон спектрометра и детектора;
- N – общая нормировка спектра;
- E_0 – граничная энергия бета-спектра;
- $m\nu^2$ – квадрат массы нейтрино.

Кроме того, в начале каждого фитирования вручную задаются следующие параметры установки:

- B_S, B_P, B_A – поля в тритиевой трубе, пинч-магните и анализирующей плоскости спектрометра в гауссах;
- X – эффективная толщина тритиевого источника;
- P_0, P_1, P_2, P_3 – вероятности отсутствия неупругих столкновений электрона, а также одно-, дву- и трехкратных столкновений. Если эти вероятности в явном виде не заданы, то они вычисляются по формулам (см. разд. 3.2.3) из величины X ;
- $trap$ – постоянная составляющая в траппинг-эффекте. Если для этой величины указано значение «-1», то по умолчанию используется экспоненциальная функция, описанная в разд. 3.2.5.

Для начала фитирования необходимо задать два набора основных параметров, на основе которых вычисляются начальный вес для набора параметров θ_0 (см. разд. 4.1.1) и исходная точка θ_1 для решения системы уравнений, предусмотренной методом. θ_0 должен быть выбран максимально близким к ожидаемому результату фитирования, впрочем, на практике оказалось, что результаты фитирования с различными квазиоптимальными весами очень близки, так что выбор исходных весов может лишь уменьшить количество итераций при решении уравнений (и, соответственно, время фитирования). Все необходимые для реализации метода функции (помимо самого спектра требуются только его первые производные) вычисляются

автоматически по аналитическим формулам или численными методами. В поздних версиях программы обработки для экономии времени использовалось кэширование функций, не зависящих от основных параметров фита, как это описано в разд. 3.4.

Далее задается набор фитируемых параметров. В него могут входить любые из четырех основных параметров в произвольном порядке. На каждом шаге фитирования любые параметры фита, а также начальные веса и набор параметров могут быть изменены.

При фитировании осуществляется итерационное решение системы уравнений до тех пор, пока не прекратит уменьшаться невязка системы. Количество итераций, необходимых для этого, варьируется от 2 до 20. В некоторых случаях невязка перестает уменьшаться на первых шагах. Обычно это связано с тем, что при заданных начальных условиях система оказывается сильно вырожденной и нахождение решения с заданной точностью невозможно. В этих случаях достаточно изменить начальные веса. Причем зачастую результат дает задание заведомо неоптимальных точек.

При работе с новым набором данных процедура обычно производится следующим образом:

- В качестве θ_0 и θ_1 выбираются наборы параметров, в которых $m_{\nu 2}$ равно нулю. Это делается для того, чтобы не внести никакой априорной информации о массе нейтрино.
- Производится фитирование с набором параметров $\{bkg, N, E0\}$ для уточнения начальных значений фона и нормировки.
- Полученный результат записывается в θ_0 . Если невязка слишком велика, то процедура повторяется или производится предварительное фитирование отдельно по каждому параметру.
- Проводится фитирование с полным набором параметров.
- Обновляются веса.

- Если наблюдается высокая невязка или χ^2 , то производится несколько фитов с разными комбинациями параметров, после которых обязательно еще раз делается фит с полным набором.
- Еще раз проводится фит по полному набору параметров для подтверждения его оптимальности.

В большинстве случаев все результаты фитирования проверяются по несколько раз с разными начальными точками и разной последовательностью.

Результатом фита является набор из четырех параметров, а также ковариационная матрица, дающая информацию о статистических погрешностях и корреляциях между параметрами. Статистическая погрешность массы нейтрино определяется как квадратный корень из соответствующего диагонального элемента матрицы.

4.6. Дополнительные способы контроля

Для контроля качества фита используется несколько дополнительных средств, как предоставляемых методом квазиоптимальных весов, так и внешних по отношению к нему. Среди них можно перечислить следующие:

- На этапе фитирования контролируется невязка системы уравнений (4.1.3). Значение невязки не является показательным для определения согласия экспериментальных данных с фитирующей кривой, но позволяет определить, насколько хорошо решается сама система. Если система решается, то значение невязки составляет 10^{-5} – 10^{-4} . Если программе не удастся найти решение, то значения невязки могут составлять более единицы.
- Для контроля согласия фита и данных используется критерий правдоподобия и χ^2 , деленный на степень свободы. Последний, вообще говоря, зависит от количества степеней свободы, но эта зависимость почти исчезает, когда количество степеней свободы достаточно велико.

В нашем случае спектр содержит от 30 до 50 точек, так что этот критерий является очень удобным для наглядного представления качества фита.

- В дополнение к этим критериям программа фитирования вычисляет так называемый объем гиперэллипсоида ошибок. Эта величина вычисляется как объем гиперэллипсоида в пространстве параметров, задаваемого ковариационной матрицей. В одномерном случае это просто удвоенное стандартное отклонение.
- Помимо основного способа фитирования в программе предусмотрена возможность воспользоваться методом максимума правдоподобия в чистом виде, а также его частным случаем с использованием байесовской априорной вероятности. Такой метод требует очень длительных вычислений, но обладает максимальной надежностью. Также можно комбинировать методы, например делая один шаг методом квазиоптимальных весов, а другой – методом максимума правдоподобия. Эта опция использовалась в основном на этапе отладки. Она удобна, так как при этом можно построить график зависимости правдоподобия от параметра и визуально отследить возможность наличия каких-либо ложных максимумов. Характерная форма кривой правдоподобия приведена на Рис. 28.

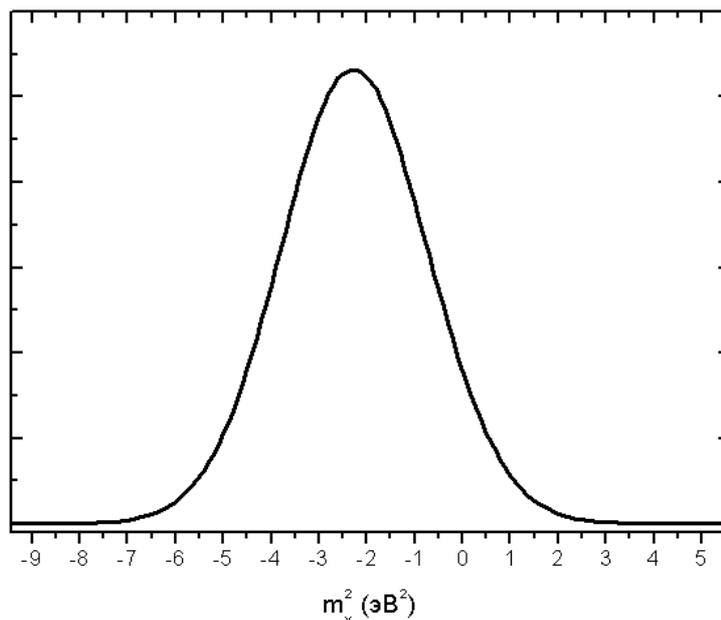


Рис. 28. Форма кривой правдоподобия для квадрата массы нейтрино в одном из сеансов.

4.7. Интерпретация результатов фитирования

Основным требованием к методике и программе обработки данных была точность и достоверность результатов. Поэтому наряду с основным анализом экспериментальных данных был проведен большой объем работ по моделированию спектра и сравнению экспериментальных данных с результатами моделирования. В частности, выяснилось, что даже на модельных данных наблюдается очень сильная корреляция параметров. Самая сильная корреляция наблюдается между квадратом массы нейтрино и граничной энергией бета-спектра. На Рис. 29 представлены результаты фитирования множества случайно сгенерированных спектров.

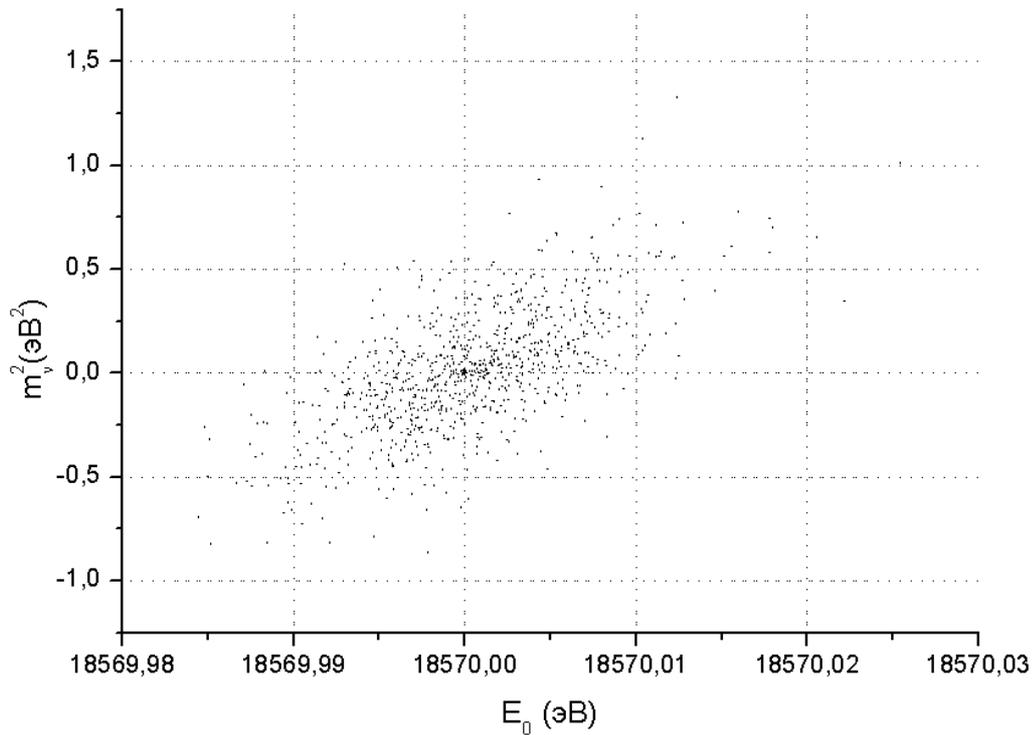


Рис. 29. Результаты фитирования параметров $m_{\nu 2}$ и E_0 для случайно сгенерированных спектров.

Более слабая корреляция присутствует между квадратом массы нейтрино и нормировкой спектра. Значение фона на оценку квадрата массы влияет слабо. Типичная ковариационная матрица, полученная в результате фитирования реальных данных, выглядит следующим образом:

$$\bar{\theta} \cdot N_{ij} = \begin{pmatrix} bkg \\ N \\ E_0 \\ m_{\nu}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.552 \cdot 10^{-16} & -1.583 \cdot 10^{-12} & -1.131 \cdot 10^{-9} & -4.348 \cdot 10^{-8} \\ -1.583 \cdot 10^{-12} & 9.714 \cdot 10^{-8} & 1.531 \cdot 10^{-5} & 1.019 \cdot 10^{-3} \\ -1.131 \cdot 10^{-9} & 1.531 \cdot 10^{-5} & 9.285 \cdot 10^{-3} & 3.81 \cdot 10^{-1} \\ -4.348 \cdot 10^{-8} & 1.019 \cdot 10^{-3} & 3.81 \cdot 10^{-1} & 19.1 \end{pmatrix}. \quad (4.7.1)$$

Диагональные элементы этой матрицы являются квадратами стандартных отклонений параметров, а недиагональные показывают степень корреляции между различными параметрами согласно $\rho_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$. В данном

случае коэффициент корреляции между квадратом массы нейтрино и граничной энергией бета-спектра составляет $\rho_{34} = 0.9$. Остальные коэффициенты корреляции равны, соответственно, $\rho_{24} = 0.73$ (с нормировкой) и $\rho_{14} = -0.8$ (с фоном). Статистическая ошибка квадрата массы нейтрино вычисляется как квадратный корень из диагонального элемента матрицы N_{44} .

4.8. Независимая проверка результатов

Для независимой проверки всех вычислительных процедур была дополнительно создана программа на языке JAVA. В программе реализована возможность использования различных стандартных алгоритмов фитирования. Проверка была осуществлена для следующих алгоритмов:

1. Пакет JMINUIT [44], являющийся трансляцией стандартного пакета MINUIT2 для языка JAVA. Основной метод минимизации функционала – градиентный спуск с ограничением длины шага. Дополнительно используется минимизация методом симплекса.
2. Минимизатор функционала, содержащийся в пакете Michael Thomas Flanagan's Java Scientific Library [45] и использующий улучшенную версию симплексной минимизации (были также использованы некоторые математические функции из этого пакета).
3. Простой самодельный алгоритм, использующий метод Ньютона для оптимизации функционала [46].

Результаты проверки по нескольким выбранным наборам данных с точностью до 0.5 эВ^2 совпали с результатами работы программы numass. При этом обнаружилось, что простые методы градиентного спуска слабо применимы к данной задаче. Это происходит потому, что для работы градиентного спуска с ограничением длины шага так или иначе надо обращать матрицу вторых производных правдоподобия по параметрам. Из-за наличия сильной корреляции между параметрами эта матрица плохо обусловлена, и, соответственно, при ее обращении возникают различные ошибки. Симплексный метод лишен этого недостатка, так как вообще не

требует производных, но он является самым медленным из всех использованных методов.

Таким образом, проверка не только подтвердила результаты анализа, но и наглядно показала определенные преимущества метода квазиоптимальных весов.

Глава 5. Определение и учет систематических ошибок

Систематические ошибки в определении квадрата массы нейтрино складываются из неопределенностей, связанных с оценкой параметров установки, а также с различными искажениями спектра. В задачи анализа входит рассмотрение всех возможных источников таких систематических сдвигов и определение степени их влияния на конечную оценку.

5.1. Неопределенность эффективной толщины источника

Основной вклад в систематическую ошибку вносит неопределенность толщины источника. Отклонение этой величины всего на 10% в некоторых случаях приводит к сдвигу оценки квадрата массы нейтрино на одно стандартное отклонение (то есть на статистическую ошибку). Задача определения толщины осложнена двумя факторами: во-первых, как написано в разд. 3.2.4, мы вынуждены использовать косвенный метод оценки этой величины; во-вторых, толщина сильно меняется от файла к файлу, и поэтому требуется усреднение по всем файлам в наборе данных.

Достаточно типичную картину изменения эффективной толщины в сеансе измерений можно видеть на Рис. 30. Характерные регулярные пики объясняются тем, что в процессе сеанса пытались сохранять постоянным мониторный счет на детекторе. В то же время процентное содержание трития изменялось – с некоторой периодичностью производилась очистка газа (изотопная сепарация). В промежутке между этими очистками содержание трития постоянно падало. Согласно формуле (3.2.9) из разд. 3.2.4, величина X менялась пропорционально содержанию трития.

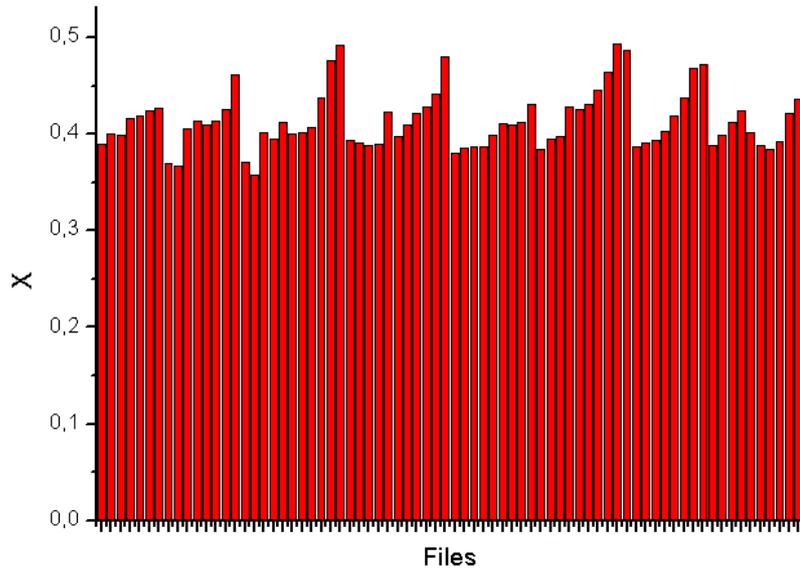


Рис. 30. Эффективная толщина источника в файлах сеанса 33.

Для этого набора данных средняя толщина источника составляет 0.41, а стандартное отклонение – 0.03. Таким образом, отношение $\frac{\Delta X}{X}$ составляет 7.3%. Для некоторых сеансов эта величина достигает 10%. Разумеется, в данном случае статистическая трактовка разброса значений X не очень подходит, так как в каждом отдельном файле эффективная толщина – величина не случайная, а установленная экспериментально. Тем не менее подобный разброс демонстрирует степень нестабильности эффективной толщины при длительных измерениях.

Систематическая погрешность в определении эффективной толщины будет определяться главным образом погрешностью в определении коэффициента пересчета из мониторного счета в толщину. Согласно (3.2.9) получаем:

$$A = \frac{X_g \cdot Tr_g}{N_{mon}}. \quad (5.1.1)$$

Здесь X_g и Tr_g – толщина источника и содержание трития при измерениях с электронной пушкой соответственно.

При этом относительная погрешность в определении толщины по форме спектра не превышает 1% (с учетом неопределенности в максимальном угле вылета электронов из пушки). Погрешность определения изотопного состава при этом определяется в основном неточностью измерения пиков самописца при помощи линейки и составляет 0.5%.

Абсолютная погрешность в определении мониторного счета равна корню из этого счета, поэтому, учитывая что мониторный счет всегда составляет несколько десятков тысяч событий, этой погрешностью по сравнению с остальными можно пренебречь. Таким образом, получаем

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta X_g}{X_g} + \frac{\Delta Tr_g}{Tr_g} = 1\% + 0.5\% = 1.5\% . \quad (5.1.2)$$

Далее, при расчетах эффективной толщины в реальных файлах, нужно опять воспользоваться формулой (3.2.9). В этом случае ошибка в определении мониторного счета опять пренебрежимо мала, но погрешность в вычислении изотопного состава уже складывается из двух факторов:

1. Непосредственно погрешность определения состава по самописцу – 0.5%.
2. Ошибка, связанная с тем, что измерение изотопного состава происходило один раз за файл, а сам состав постоянно менялся. Оценка этой погрешности производится путем сравнения изотопного состава в двух последовательных файлах. Эта ошибка составляет около 1.4%.

Суммарная ошибка составляет около 1.5%.

В результате получаем

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta Tr}{Tr} = 1.5\% + 1.5\% = 3\% . \quad (5.1.3)$$

Для того чтобы учесть, что данные в разных сеансах по-разному зависят от эффективной толщины (в частности, потому что статистический разброс разный), процедура вычисления систематической погрешности для квадрата массы нейтрино осуществляется следующим образом: после

фитирования данных с основным значением X_0 производится также два фита со значениями X_0 , равными 0.97 и 1.03 от основного. Отклонения оценки квадрата массы нейтрино (разность оценки между фитом с основным значением толщины и фитом со сдвинутыми значениями) усредняются, и эта величина считается систематической погрешностью для квадрата массы, связанной с определением эффективной толщины источника. Такое усреднение можно использовать только в том случае, если зависимость сдвига квадрата массы от толщины имеет квазилинейный характер, поэтому для каждого набора дополнительно проверялось, выполняется ли следующее соотношение:

$$m_\nu^2(1.03X_0) - m_\nu^2(X_0) \approx m_\nu^2(X_0) - m_\nu^2(0.97X_0). \quad (5.1.4)$$

Процедура усреднения не только уменьшает влияние вычислительных погрешностей, но и позволяет проверить адекватность фита.

Полученная таким образом величина не будет одной и той же для всех сеансов, но она будет включать и аппаратную погрешность в определении толщины, и статистический разброс толщины в сеансе.

5.2. Траппинг-эффект

Таким же образом учитывается систематическая ошибка, связанная с неопределенностями в численном моделировании траппинг-эффекта. В основном эти неопределенности связаны с сечениями взаимодействия, использованными при моделировании, но также важны погрешности в задании геометрии полей. Точно оценить эту ошибку затруднительно, но варьирование параметров в разумных пределах приводит к изменению параметров траппинга не более чем на 20%. Погрешность, связанная с траппинг-эффектом, мала по сравнению с ошибкой, связанной с определением эффективной толщины (например, в сеансе 29 ошибка от эффективной толщины составляет 1.9 эВ², а от траппинга – всего 0.4 эВ²).

5.3. Дрожание напряжения на электроде

Одна из неразрешимых проблем в данном эксперименте – это невозможность точной установки запирающего напряжения на электроде. На «Троицк ню-масс» стабильность напряжения поддерживается на уровне 0.2 В. В этом диапазоне могут наблюдаться периодические или случайные дрожания напряжения, а это приводит к тому, что весь спектр размывается гауссовской функцией с шириной 0.2 В. Согласно [21] любое размытие такого рода приводит к сдвигу массы нейтрино $\Delta m_\nu^2 = 2\sigma^2$ в отрицательную сторону. В данном случае эта величина составляет 0.08 эВ², что существенно меньше остальных погрешностей, так что при подсчете полной систематической ошибки поправкой на дрожание напряжения можно пренебречь.

5.4. Спектр конечных состояний

Спектр конечных состояний молекулы HeT^+ является существенным источником неопределенностей в анализе. Даже незначительные искажения этого спектра могут вести к изменению оценки квадрата массы нейтрино. К сожалению, этот спектр вычисляется только теоретически, и экспериментальной возможности проверить его точность на данный момент не существует. В связи с этим также сложно оценить систематическую ошибку, вносимую неопределенностью этого спектра. В работе [25] приводится оценка систематической ошибки, связанной со спектром конечных состояний $\sigma_{\text{FSS}} = 0.7$ эВ². Эта оценка и использовалась в данном анализе.

Сравнение оценок квадрата массы, полученных при использовании спектра конечных состояний из [35] и [47], дало такую же ошибку.

5.5. Другие источники неопределенностей

К числу других погрешностей можно отнести зависимость от параметров отбора «пачек». Эта зависимость исследовалась в [29], и

выяснилось, что параметры предварительной обработки практически не смещают оценку массы нейтрино и влияют только на статистическую точность.

Также многие факты указывают на существование в тритиевой трубе некоторого объемного заряда, созданного запертыми в ней электронами. Этот заряд может незначительно (в пределах 0.4 эВ) исказить энергию электронов. Неизменный во времени объемный заряд не должен исказить форму бета-спектра, а может только сдвигать граничную энергию, однако этот эффект на данный момент недостаточно изучен, так что полностью учесть его в данном анализе не удалось. Исследование этого и других подобных явлений – одна из целей новой фазы эксперимента «Троицк ню-масс II».

5.6. Сложение ошибок

Для максимальной гибкости в вычислении суммарного результата эксперимента ошибки из каждого источника в каждом наборе данных вычислялись отдельно. Далее при суммировании результатов по разным сеансам проводились следующие процедуры:

1. Вычислялись среднее значение и ошибка квадрата массы нейтрино с использованием только статистических погрешностей (средневзвешенная оценка).
2. Проводился сдвиг результата каждого сеанса на одну систематическую ошибку (для этого сеанса).
3. Проводилось усреднение этих сдвинутых значений с той же статистической ошибкой, как и в п. 1.
4. Разница между средним несдвинутым и средним сдвинутым значениями квадрата массы и принималась за систематическую ошибку.

5. Ошибки, связанные с погрешностью в определении спектра конечных состояний и размытием за счет дрожания напряжения на электроде, являются одинаковыми для всех сеансов, поэтому могут быть учтены как в каждом сеансе по отдельности, так и в конечной оценке (результат от этого не меняется).

Такой способ оценки систематических погрешностей весьма консервативен в том смысле, что дает не наименьшую возможную систематическую ошибку. С другой стороны, при такой оценке систематические ошибки в отдельных сеансах не влияют на определение центрального значения для суммарного результата. Это позволяет не особенно волноваться по поводу правильности вычисления систематических погрешностей в отдельных сеансах, так как эти значения влияют на общую систематическую ошибку, но не влияют на наиболее вероятное значение и статистическую ошибку.

Глава 6. Результаты анализа

6.1. Результаты по отдельным сеансам

После тщательного отбора данных, фитирования и проверки результатов были получены оценки для квадрата массы нейтрино по всем наборам данных, полученных на «Троицк ню-масс». Некоторые сеансы из-за ненадежности данных в окончательной обработке использованы не были. Результаты обработки приведены в Таблица 3.

Таблица 3. Результаты обработки по сеансам измерений.

RUN	Дата	X	m_ν^2	σ_{stat}	σ_X (3%)	σ_{trap} (20%)	σ_{syst}	$\chi^2 / \text{d. o. f.}$
Run 22	06.1997	0,35	-7.55	9.89	1,1	0,34	1.34	0.796
Run 23	12.1997	0,45	2.53	4.57	1,31	0,352	1.52	1.043
Run 24 part 1	01.1998	0,47	-1.31	4.32	1,35	0,318	1.55	0.923
Run 24 part 2	02.1998	0,46	-5.44	4.98	1,48	0,342	1.67	1.026
Run 25	06.1998	0,46	-0.11	7.35	1,57	0,378	1.76	0.847
Run 28	05.1999	0,55	2.60	6.99	1,82	0,4	1.99	1.421
Run 29	10.1999	0,512	-0.51	7.50	1,94	0,416	2.10	1.268
Run 30	12.1999	0,53	3.14	8.31	2,04	0,434	2.19	1.523
Run 31	12.2000	0,4	-8.06	6.99	1,45	0,38	1.65	0.902
Run 33	06.2001	0,41	7.21	8.82	1,47	0.504	1.70	1.378
Run 36	04.2002	0,468	1.91	6.72	1,37	0,322	1.57	1.356

Как видно из табл. 3, в большинстве случаев оценка квадрата массы нейтрино находится в отрицательной области, впрочем, отклонение от нуля редко превышает погрешность, так что результат можно считать вполне разумным с точки зрения физики (отрицательный квадрат массы не физичен). В крайней правой колонке приведено значение χ^2 на степень свободы. В данном случае число этих степеней велико (44–48), так что для качественных оценок зависимостью этой величины от количества степеней свободы можно пренебречь. Видно, что после 25-го сеанса наблюдается ощутимое ухудшение согласия фита с экспериментальными данными.

Возможно, это связано с переходом на полностью автоматический режим предварительной обработки (до этого отбор части «пачек» производился вручную). Для возможности сравнения результатов новой обработки с результатами старой решено было не переделывать систему предварительной обработки, а воспользоваться уже готовыми промежуточными результатами.

На Рис. 31 представлены результаты по сеансам с полными ошибками (систематическая + статистическая).

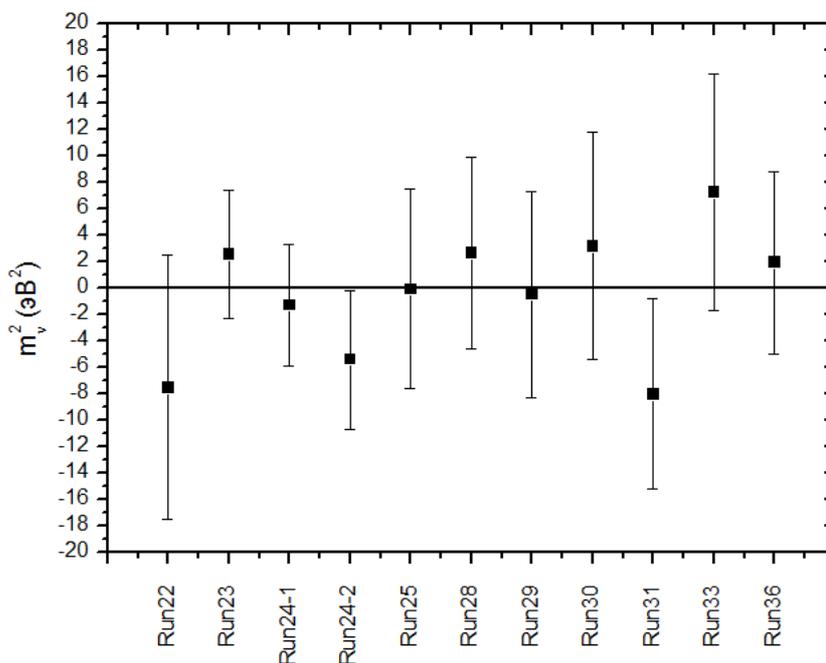


Рис. 31. Оценка квадрата массы нейтрино для различных сеансов. В качестве ошибок указана полная ошибка (квадратичная сумма систематической и статистической ошибок).

6.2. Троицкая аномалия

Следует отдельно рассмотреть так называемый эффект троицкой аномалии, или ступеньки, введенный в предыдущей обработке данных установки ([48]). Дело в том, что после анализа первых данных обнаружилось, что оценка квадрата массы нейтрино оказывается далеко в отрицательной области (отклонение от нуля превышало две стандартные ошибки). Кроме того, наблюдался избыток электронов в низкоэнергетичной

области спектра и примерно за 20 В до граничной энергии. Низкоэнергетичный избыток впоследствии был объяснен траппинг-эффектом (см. разд. 3.2.5), но объяснений для всплеска счета в районе конца спектра найдено так и не было. Вслед за этим была предпринята попытка описать это искажение чисто феноменологически: добавить к фитирующей функции некоторую ступеньку с переменным положением и амплитудой (в дифференциальном спектре она соответствует моноэнергетической линии). В результате к уже имеющимся четырем параметрам добавляются еще два, описывающие ступеньку. Оценка квадрата массы нейтрино сдвигается к нулю, но при этом примерно в два раза возрастает статистическая ошибка фита. Кроме того, параметры ступеньки сильно коррелируют с квадратом массы нейтрино, поэтому некоторые наборы данных, где эта корреляция слишком сильная, были отброшены. После обработки большего объема данных были также обнаружены колебания параметров ступеньки с периодом приблизительно полгода. Долгое время предпринимались попытки объяснить аномалию каким-нибудь физическим эффектом, но успехом они не увенчались.

Настоящий анализ проводился без каких-либо дополнительных параметров. Результаты, приведенные в Таблица 3, свидетельствуют о том, что даже без дополнительных параметров оценка квадрата массы нейтрино по всем данным лежит в пределах двух стандартных ошибок от нуля, что вполне разумно с точки зрения статистики. Кроме того, критерии согласия показывают достаточную степень согласованности экспериментальных данных и фитирующей кривой. Так что на основе этих результатов нельзя сделать никаких статистически обоснованных выводов о наличии отклонений или аномалий. Разумеется, это не является абсолютным доказательством того, что аномалии нет, но в практике анализа данных обычно не допускается введение физически необоснованных поправок без веских на то причин.

Кроме того, основные выводы о наличии аномалии были сделаны на основе данных 18–21 сеансов, которые в настоящем анализе использованы не были. Вполне возможно, что на первых продуктивных сеансах условия были существенно хуже, кроме того, известно, что до 22-го сеанса не проводилось калибровки при помощи электронной пушки, необходимой для точного учета эффективной толщины источника.

6.2.1. Исследование аномалии

Для анализа спектра на предмет обнаружения аномалий и отклонений удобно строить график, на котором нанесены отклонения экспериментальных данных от кривой, соответствующей лучшему фиту, деленные на статистические ошибки в этих точках (корень из числа событий). Типичную картину можно видеть на Рис. 32. Никакие дополнительные структуры не проявляются.

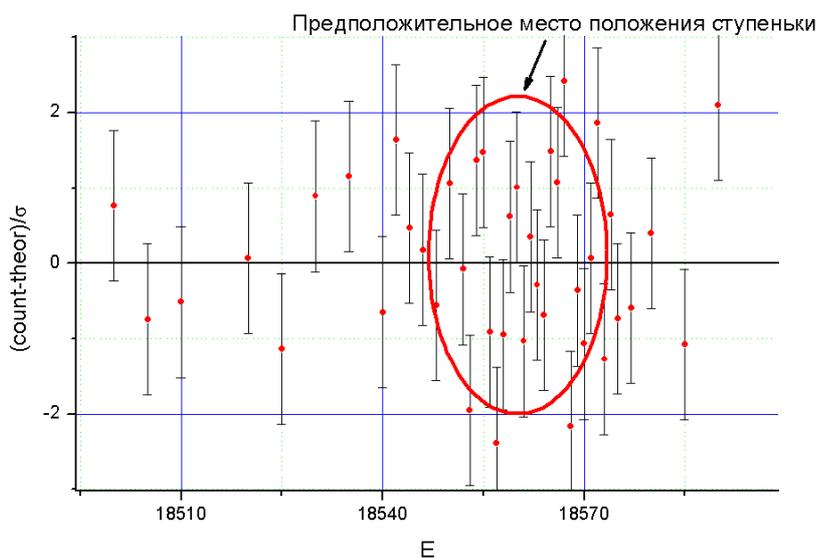


Рис. 32. Разность между экспериментальными точками и теоретической кривой, измеренная в стандартных ошибках.

Для наглядности на Рис. 33 приведено отклонение экспериментальных точек от фита для двух сеансов, в которых отклонение квадрата массы от нуля было максимальным в положительную и отрицательную сторону (в действительности наиболее отрицательный квадрат массы получается в

сеансе 22, но его сложно сравнивать с остальными, так как там был использован другой набор экспериментальных точек).

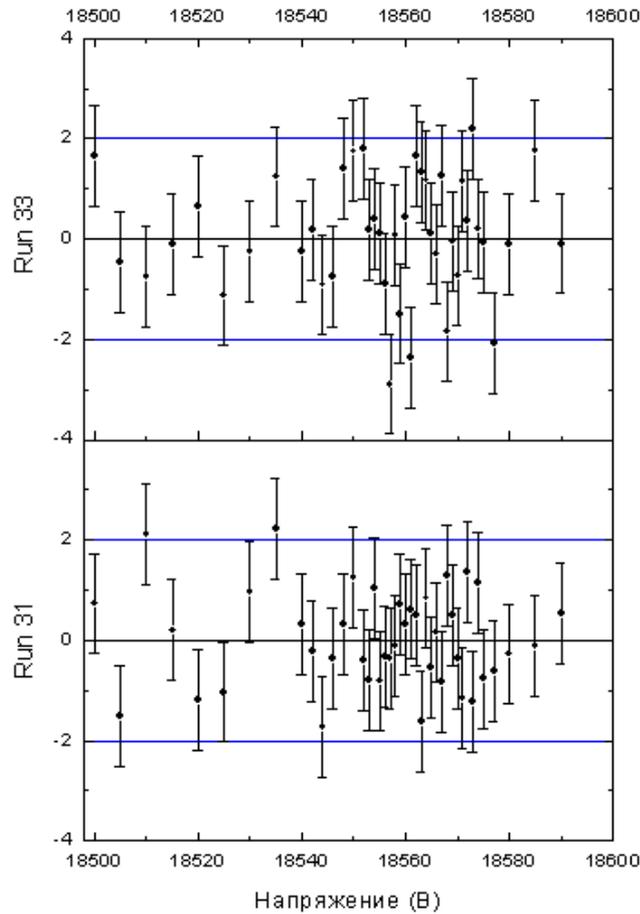


Рис. 33. Отклонение экспериментальных точек от фитирующей кривой в единицах ошибки для двух сеансов, с отличными оценками квадрата массы.

Для того чтобы окончательно прояснить вопрос наличия ступеньки, было произведено исследование возможности добавления двухпараметрической ступеньки способом, аналогичным изложенному в [48]. Речь идет о добавлении к интегральному спектру функции вида:

$$step = \begin{cases} 0, & U > E_{step} \\ step_{Amp} \frac{E_{step} - U}{\Delta}, & E_{step} > U > E_{step} - \Delta. \\ step_{Amp}, & U < E_{step} - \Delta \end{cases} \quad (6.2.1)$$

Здесь E_{step} – положение ступеньки, а $step_{Amp}$ – ее амплитуда.

Конечная ширина ступеньки Δ необходима для обеспечения существования конечных производных спектра по параметрам. Ее ширину разумно принять равной ширине разрешения спектрометра при данной энергии. В этом выборе присутствует доля произвольности, но в действительности на результаты фитирования он практически не влияет.

Одновременный фит по шести параметрам практически невозможен, так как в подавляющем большинстве случаев из-за сильной корреляции между параметрами ступеньки и квадратом массы нейтрино либо амплитуда ступеньки, либо масса обращаются в ноль. Для того чтобы проверить статистическую значимость ступеньки, было сделано следующее:

- 1) Брались параметры наилучшего фита без ступеньки.
- 2) Квадрат массы фиксировался равным нулю.
- 3) Добавлялись два параметра аномалии.
- 4) Производился фит по пяти параметрам: нормировка, фон, граничная энергия, положение ступеньки, ее амплитуда.

Результаты такого фита по всем сеансам приведены в Таблица 4.

Таблица 4. Результаты фита ступеньки.

Сеанс	$E_0 - E_{step}$	$step_{Amp}$	$\sigma(step_{Amp})$	$\chi^2 / \text{d.o.f.} - step$	$\chi^2 / \text{d.o.f.} - m_\nu^2$
Run22	22.43	0.0032	0.0119	0.814	0.796
Run23	27.09	0.001	0.00441	1.07	1.043
Run24-1	20.66	0.0015	0.00132	0.964	0.923
Run24-2	23.44	0.0045	0.00311	1.041	1.026
Run25	19.25	0.0027	0.00107	0.739	0.847
Run28	23.55	0.0037	0.00214	1.496	1.421
Run29	18.28	0.0021	0.00179	1.456	1.268
Run30	23.24	0.0086	0.00265	1.327	1.523
Run31	12.05	0.0014	0.00103	0.943	0.902
Run36	13.35	0.0021	0.00178	1.379	1.356

В табл. 4 не приведены ошибки для определения положения ступеньки. Это сделано в связи с тем, что профиль функции правдоподобия для этого параметра имеет непараболический характер и, как следствие, его стандартное отклонение не дает практически никакой информации. Также в таблице отсутствуют результаты по сеансу 33, так как для него не удалось достигнуть сходимости фита ступеньки.

Для сравнения результатов фита с массой нейтрино и ступенькой можно использовать критерий Пирсона (χ^2). Для этого в Таблица 4 приведены значения χ^2 на степень свободы для фита с квадратом массы нейтрино (значения совпадают с приведенными в Таблица 3) и с двумя параметрами ступеньки (количество степеней свободы варьируется от 44 до 48). Видно, что качество фита для некоторых сеансов ухудшается, для некоторых улучшается. В целом наблюдается незначительное улучшение фита при использовании ступеньки, что, впрочем, вполне естественно в связи с увеличением числа параметров. Само по себе такое незначительное улучшение не может быть указанием на существование эффекта.

Одним из интересных эффектов, наблюдавшихся в связи с троицкой аномалией, был сезонный сдвиг положения ступеньки. На Рис. 34 и Рис. 35 показаны значения положения и амплитуды ступеньки в зависимости от времени года. Видно, что если по старым точкам и можно наблюдать некоторую корреляцию, то для новых точек никакой зависимости не наблюдается.

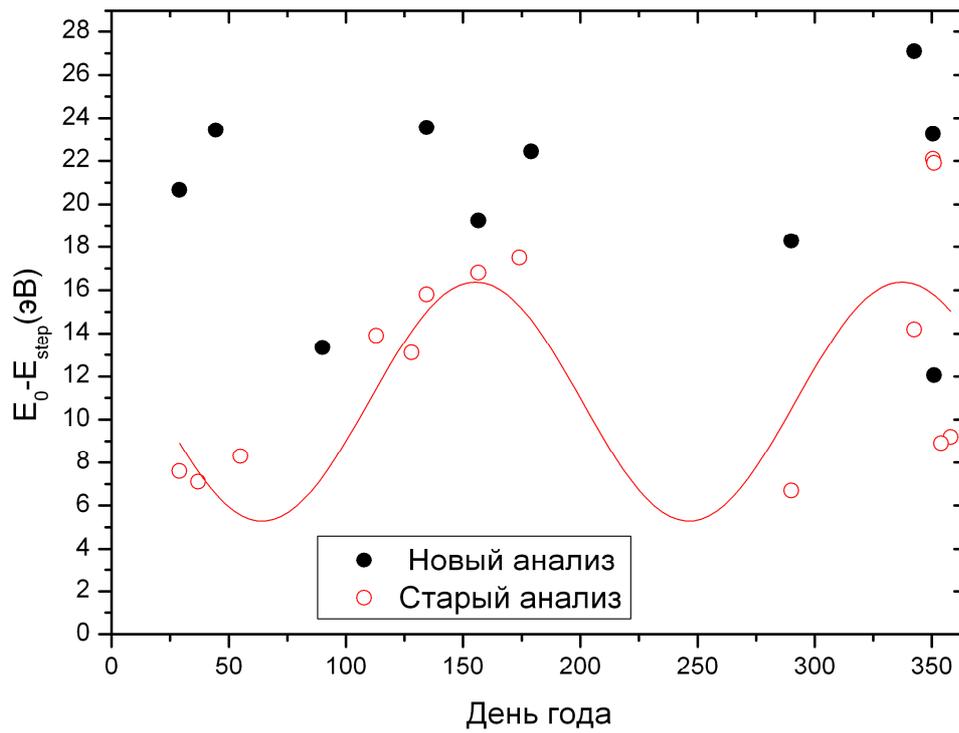


Рис. 34. Сравнение положения ступеньки в старом и новом анализе.

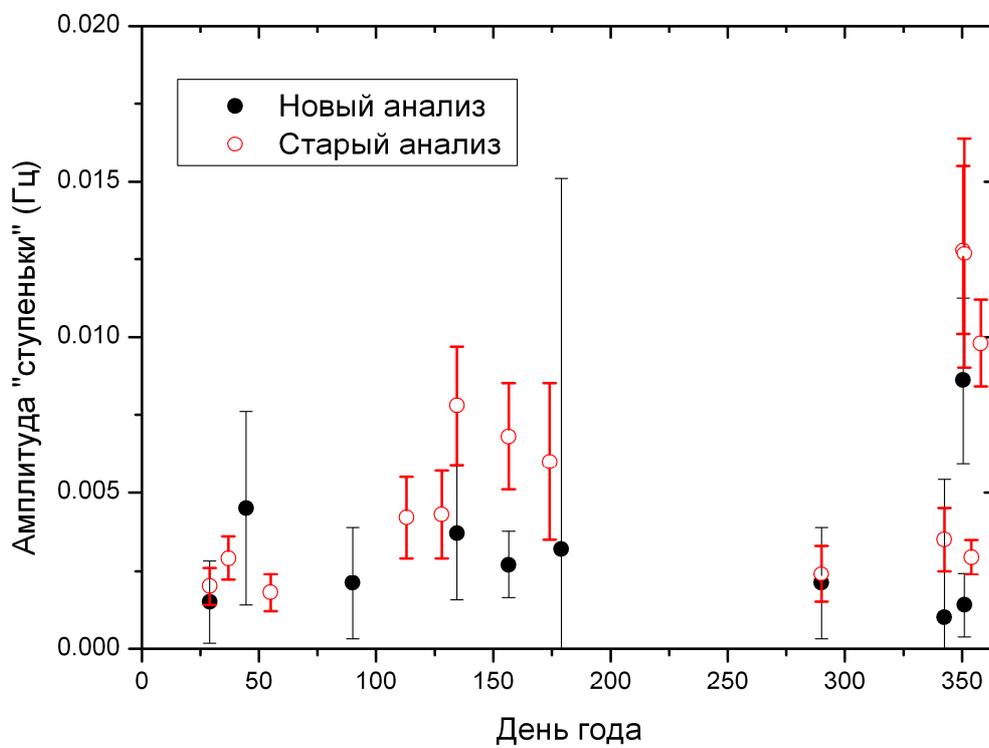


Рис. 35. Сравнение амплитуды ступеньки в старом и новом анализе.

В качестве проверки также было выполнено фитирование ступеньки с применявшимися ранее значениями толщины источника. Результаты этого фитирования полностью совпадают с результатами по положению и амплитуде ступеньки, полученными ранее. Такое совпадение показывает, что разница в результатах объясняется не ошибкой при программировании, а более тщательным учетом толщины источника.

6.2.2. Ступенька или масса нейтрино?

Несмотря на то, что статистически достоверно подтвердить или опровергнуть существование ступеньки нельзя, интересным остается вопрос о ее связи с массой нейтрино. Для наглядной демонстрации этой связи на Рис. 36 приведена нормированная разница между двумя спектрами с различной массой (вычисление спектра осуществляется методом, аналогичным тому, что используется при фитировании). Граничная энергия бета-спектра составляет в данном случае 18575 эВ, а максимум отклонения достигается на напряжении 18563 В, что примерно соответствует положению ступеньки. Приведенный на рис. 36 график наглядно показывает, что сдвиг массы в положительную сторону автоматически порождает ступеньку, а введение ступеньки, в свою очередь, сдвигает массу в положительную область.

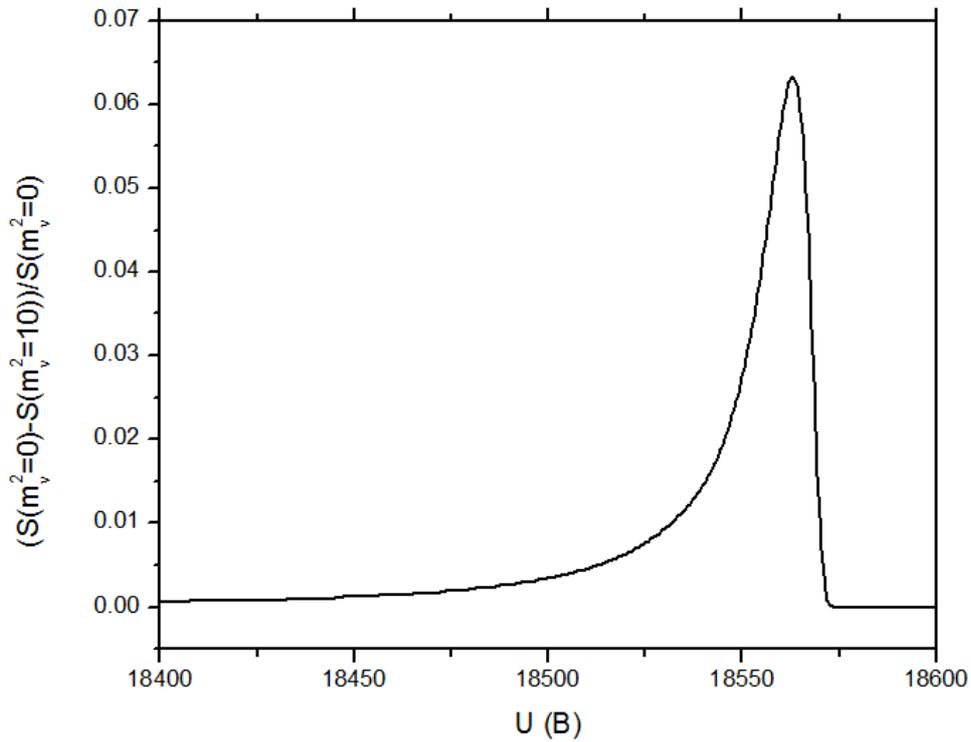


Рис. 36. Относительная разница экспериментальных спектров (с учетом разрешения спектрометра) для квадрата массы 10 и 0.

6.3. Суммарный результат по всем сеансам

Для получения окончательного результата использовалась средневзвешенная оценка ([16]):

$$\hat{\mu} = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^N w_i x_i, \quad (6.3.1)$$

где $w_i = 1/\sigma_i^2$, а $w = \sum_i w_i$. Стандартное отклонение определяется как $\sigma = 1/\sqrt{w}$. Раздельный учет систематических ошибок согласно процедуре, изложенной в разд. 5.6, позволяет получить

$$m_v^2 = -0.67 \pm 1.89_{stat} \pm 1.68_{syst} \text{ эВ}^2. \quad (6.3.2)$$

Или, суммируя различные ошибки,

$$m_v^2 = -0.67 \pm 2.53 \text{ эВ}^2. \quad (6.3.3)$$

Для сравнения: лучший результат предыдущей обработки приведен в статье [25] и составляет $m_v^2 = -2.3 \pm 2.5_{fit} \pm 2.0_{syst} \text{ эВ}^2$, то есть $m_v^2 = -2.3 \pm 3.2 \text{ эВ}^2$.

Увеличение статистической точности по сравнению с предыдущим анализом связано с тем, что в данной работе не использовались два дополнительных параметра, характеризующие ступеньку. С одной стороны, отказ от дополнительных параметров напрямую ведет к улучшению статистической ошибки. С другой – общий объем данных был увеличен примерно в два раза за счет тех наборов данных, которые в предыдущем анализе были исключены из обработки вследствие слишком сильной корреляции между массой нейтрино и параметрами ступеньки.

6.4. Сравнение методов оценки параметра вблизи границы его физической области

Согласно анализу наиболее вероятное значение для квадрата массы нейтрино является отрицательным, то есть находится в нефизической области параметра. Как говорилось в разд. 3.1.4, в анализе может применяться рассмотрение параметров вне их физически допустимой области. Но результат в таком виде не имеет смысла. В таких случаях единственно возможным вариантом является не точечная оценка, а верхний (или нижний) предел на параметр.

Есть несколько методов извлечения верхнего предела из частотной оценки вблизи физической границы параметра (или за границей, как в нашем случае). Среди них самыми распространенными являются байесовский подход ([41]) и метод Фельдмана и Казинса ([49]).

В методе Фельдмана и Казинса используются манипуляции с соотношением правдоподобий, которые в конце концов приводят к некоторым табличным значениям для верхних пределов при разных точечных оценках искомого параметра.

Байесовский подход апеллирует к известной теореме Байеса:

$$p(\theta) = \frac{L(\theta)\pi(\theta)}{\int L(\theta')\pi(\theta')d\theta'}, \quad (6.4.1)$$

где p – апостериорная вероятность, θ – параметр (в нашем случае квадрата массы нейтрино), а π – априорная вероятность. Зная апостериорную вероятность, можно легко определить и верхний предел β с уровнем достоверности α :

$$\frac{\int_0^{\beta} p(m_\nu^2)}{\int_0^{\infty} p(m_\nu^2)} = \alpha. \quad (6.4.2)$$

Единственная неопределенность этого метода заключается в выборе априорной вероятности. Самый простой выбор – это функция Хэвисайда, которая равна нулю в отрицательной области и единице в положительной, но такой выбор не единственно возможный. Это означает, что при выборе априорной информации обработчик вносит в анализ собственную информацию и тем самым может влиять на результат. Для лучшей достоверности стоит приводить результат, полученный при помощи обоих методов.

6.5. Верхний предел на массу нейтрино

С учетом всего вышесказанного при помощи байесовского метода с самой простой априорной вероятностью получается следующий результат:

$$m_\nu^2 < 4.49 \text{ эВ}^2. \quad (6.5.1)$$

Использование таблиц универсального подхода Фельдмана и Казинса дает

$$m_\nu^2 < 4.22 \text{ эВ}^2. \quad (6.5.2)$$

Оба предела даны с уровнем достоверности 95%. Видно, что использование байесовского подхода дает более консервативную оценку. Впрочем, ни та, ни другая оценка не может считаться абсолютной.

Соответствующие верхние пределы для массы нейтрино $m_\nu < 2.12 \text{ эВ}$ – для байесовского метода и $m_\nu < 2.05 \text{ эВ}$ – для метода Фельдмана и Казинса.

Следует отметить: несмотря на то, что методы Байеса и Фельдмана – Казинса дают хорошие пределы на массу нейтрино, использование их в данном случае может быть сочтено не совсем корректным. Дело в том, что и тот и другой предел зависят от среднего значения квадрата массы и чем дальше в отрицательную область уходит эта величина, тем «лучше» получается оценка (в том смысле, что ошибка становится меньше). Если существуют некоторые систематические эффекты, которые сдвигают квадрат массы в отрицательную область, то верхняя граница окажется неоправданно низкой. Для того чтобы избежать этого, для сравнения можно привести оценку так называемого предела чувствительности (sensitivity limit). Предел чувствительности показывает, какой была бы верхняя граница на массу нейтрино, если бы оценка квадрата массы равнялась нулю, а суммарная ошибка осталась прежней.

Согласно методу Фельдмана и Казинса [49] в этом случае верхняя граница с 95% уровнем достоверности составляет $1.96 \cdot \sigma$, где σ – полная ошибка. Таким образом, получаем $m_\nu^2 < 4.95 \varepsilon B^2$, что дает для массы нейтрино оценку $m_\nu < 2.22 \varepsilon B$. Такая оценка является более консервативной, и ее сложно сравнивать с ранее полученными результатами, но зато она не зависит от того, насколько отрицательной оказывается оценка квадрата массы нейтрино. Такой метод, в частности, рекомендован к применению в [50] и [51].

6.6. Использование результатов других экспериментов

Для получения лучшего ограничения на массу нейтрино следует учесть результаты не только «Троицк ню-масс», но и эксперимента «Майнц-нейтрино», проводившегося параллельно по сходной технологии.

Согласно данным, приведенным в результирующей статье [24], лучшая оценка для массы нейтрино в майнцевском эксперименте составляет

$$m_\nu^2 = -1.2 \pm 2.2_{stat} \pm 2.1_{syst} \varepsilon B^2, \quad (6.6.1)$$

то есть $m_\nu^2 = -1.2 \pm 3.04 \text{ эВ}^2$. Оба этих результата получены в различных экспериментах, и поэтому их можно комбинировать как независимые. Суммарная оценка на квадрат массы нейтрино получается следующей:

$$m_\nu^2 = -0.88 \pm 1.94 \text{ эВ}^2. \quad (6.6.2)$$

Соответствующие пределы на массу нейтрино:

$$\begin{array}{lll} m_\nu < 1.80 \text{ эВ} & 95\% \text{ C.L.} & \text{Байес} \\ m_\nu < 1.70 \text{ эВ} & 95\% \text{ C.L.} & \text{Фельдман и Казинс} \end{array} \quad (6.6.3)$$

На сегодняшний день эти пределы являются лучшими ограничениями в мире.

6.7. Калибровочные измерения

В последние два сеанса работы первой фазы эксперимента «Троицк-ню-масс» проводились измерения, где в качестве источника электронов использовались конверсионные линии изотопа криптона ^{83m}Kr . Этот короткоживущий (период полураспада – 1.86 ч) изотоп является продуктом распада рубидия ^{83}Rb (86.2 дня), который в специальной ампуле подключается к объему тритиевого источника.

Смысл эксперимента заключается в том, что конверсионные электроны от криптона, обладая почти монохроматичным спектром, полностью имитируют электроны от бета-распада трития. В отличие от электронной пушки, которая расположена в задней части источника и не может имитировать угловое и пространственное распределение бета-электронов, криптон позволяет детально исследовать влияние различных параметров на энергетический спектр. В частности, исследовалось изменение формы линии криптона при запуске в циркуляцию трития. Тем самым была предпринята попытка определить, приводит ли наличие трития в источнике к возникновению каких-либо плазменных эффектов, искажающих спектр.

Данный изотоп криптона имеет три конверсионные линии, находящиеся в энергетическом диапазоне работы установки. Изначально

планировалось использовать К-линию с энергией 17830 эВ, так как она очень близка к границе бета-спектра трития. К сожалению, мощность криптонового источника оказалась на несколько порядков меньше расчетной, а К-линия полностью «забита» спектром остаточного трития. L2- и L3-линия имеют энергии 30424.4 и 30477.2 эВ соответственно. Измерять эти линии гораздо менее удобно, но они находятся далеко за границей бета-спектра трития, так что можно получить удовлетворительное соотношение «сигнал/шум» (удалось добиться соотношения 2 : 1).

В статье [52] приведены результаты этих измерений. Исследовались два параметра: уширение и сдвиг криптоновой линии в присутствии трития. Если принять представление о существовании в источнике объемного заряда, то сдвиг линии выражает величину этого заряда, а уширение – его флуктуации во времени и пространстве. В основном исследовались флуктуации, поскольку постоянный сдвиг по энергии не влияет на оценку квадрата массы нейтрино (граничная энергия бета-спектра является свободным параметром, и общий сдвиг спектра ни на что не влияет).

Уширение линии обнаружить не удалось (верхняя граница 0.4 эВ), но сдвиг оказался достаточно большим (0.2–0.6 В). Причем сдвиг совершается в сторону увеличения энергии электронов.

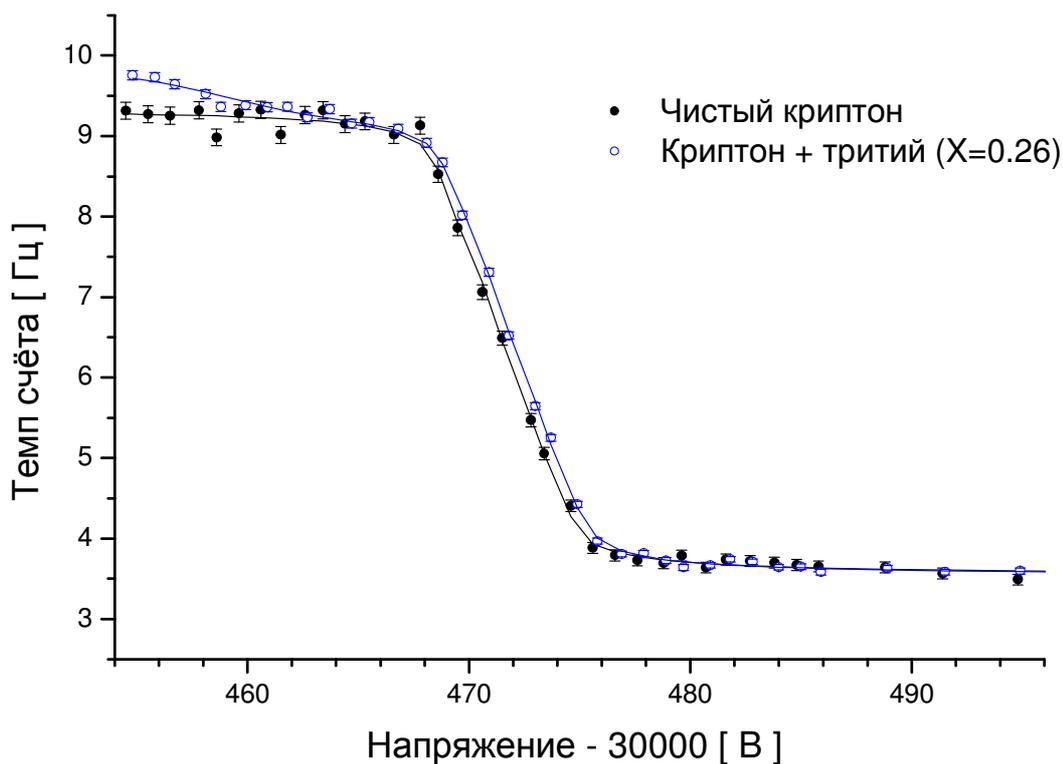


Рис. 37. L3 – линия ^{83m}Kr , с тритием и без. Данные нормированы на одну и ту же интенсивность. 39 сеанс, токи 100А/15А (разрешение спектрометра 6,8 эВ).

6.7.1. Попытка теоретического объяснения сдвига

Еще до начала калибровочных измерений существовало предположение, что в источнике из-за бета-распада образуется некоторая объемно заряженная плазма. В таком случае потенциал этой плазмы создает сдвиг спектра, а флуктуации этого потенциала создают размытие. Если принять эту теорию, то из результатов измерений можно сделать вывод о том, что в источнике существует отрицательный объемный заряд. Этого вполне можно ожидать, так как согласно (2.3.1) более 90% электронов от бета-распада оказываются запертыми в тритиевой трубе. Следует заметить, что энергия этих электронов составляет, по крайней мере, несколько килоэлектронвольт, то есть возможна многократная вторичная ионизация. Разумеется, в источнике остаются и ионы, но условия движения для них совсем другие (в частности, очевидно, что ионы подхватываются газовым

поток), а значит, возможна ситуация, когда в тритиевой трубе появляется избыток электронов.

Для количественной оценки этого избытка проводился следующий расчет. Тритиевая труба представлялась равномерно заряженным цилиндром с плотностью заряда $P(z)$ (ось z направлена вдоль оси источника). Аналитически рассчитывалась напряженность поля вдоль оси z . Далее интегрированием напряженности получался потенциал. Для удобства визуализации 0 по оси z устанавливался в начале тритиевой трубы, а ноль потенциала примерно в точке, где находится электронная пушка, – в координате -300 см. Тритиевая труба заканчивается на координате 300 см, а детектор располагается приблизительно на 1700.

Первые же расчеты с равномерно заряженным источником показали, что для создания разницы потенциалов между источником и детектором в 0.6 В достаточно полного заряда источника, соответствующего порядку 10^8 зарядов электрона. Позже было замечено, что если имеет место объемный заряд, то он не является постоянным по всей длине источника. В магнитных пробках на краях тритиевой трубы электроны движутся значительно медленнее, чем в середине, следовательно, концентрация электронов там может быть существенно выше. Для учета этого факта, с использованием предоставленных А. К. Скасырской данных о распределении магнитного поля в тритиевом источнике, был произведен расчет относительной концентрации электронов. Оказалось, что 20% всех электронов сосредоточены в двух 10-сантиметровых пробках на краях тритиевой трубы. Для удобства расчетов была использована кусочно-постоянная функция, приведенная на Рис. 38 (график нормирован на единицу).

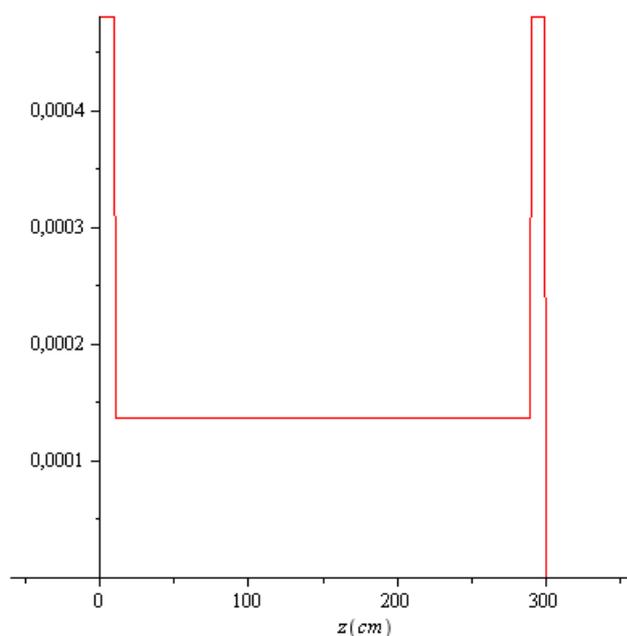


Рис. 38. Нормированный на единицу график распределения заряда в источнике.

При таком распределении заряда распределение потенциала имеет довольно сложную форму. Результат расчета для заряда в 10^8 элементарных зарядов представлен на Рис. 39. Для удобства приведен перевернутый потенциал, чтобы учесть знак заряда электрона.

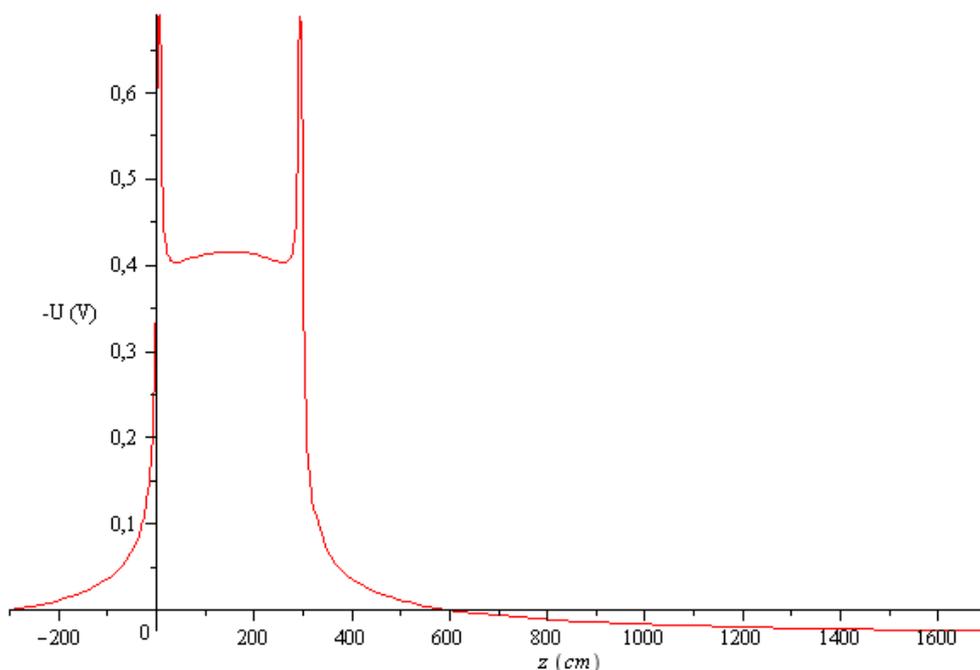


Рис. 39. Распределение потенциала заряженного источника при полном заряде 10^8 элементарных зарядов.

Из рис. 39 видно, что этот потенциальный барьер практически не будет влиять на электроны, рожденные на электронной пушке, но будет заметен

при использовании источника электронов, расположенного в тритиевой трубе, такого как криптон. Это объясняло бы сдвиг криптоновой линии при отсутствии каких-либо эффектов на электронной пушке.

Несмотря на то что объемный заряд может объяснить появление сдвига линии криптона, на значение оценки квадрата массы влиять он не может. Даже если весь тритиевый источник находится под потенциалом, это приведет всего лишь к сдвигу граничной точки бета-спектра. Впрочем, нельзя исключить возможность косвенного влияния заряда на форму тритиевого спектра. В связи с этим требуется провести цикл дополнительных измерений, направленных на то, чтобы:

- 1) подтвердить или опровергнуть существование объемного заряда в тритиевом источнике;
- 2) исследовать влияние зарядовых эффектов на форму тритиевого спектра.

6.7.2. Установка «Троицк ню-масс II»

С целью проверки существования объемного заряда в тритиевом источнике, а также уточнения других систематических эффектов была предпринята модернизация установки «Троицк ню-масс». При этом тритиевый источник и детектор были сохранены, а спектрометр заменен на новый, обладающий большим сечением в анализирующей плоскости и, как следствие, лучшим разрешением. На Рис. 40 приведены сравнительные размеры старого и нового спектрометров. При этом последние определялись ограничениями, налагаемыми размерами экспериментального зала.

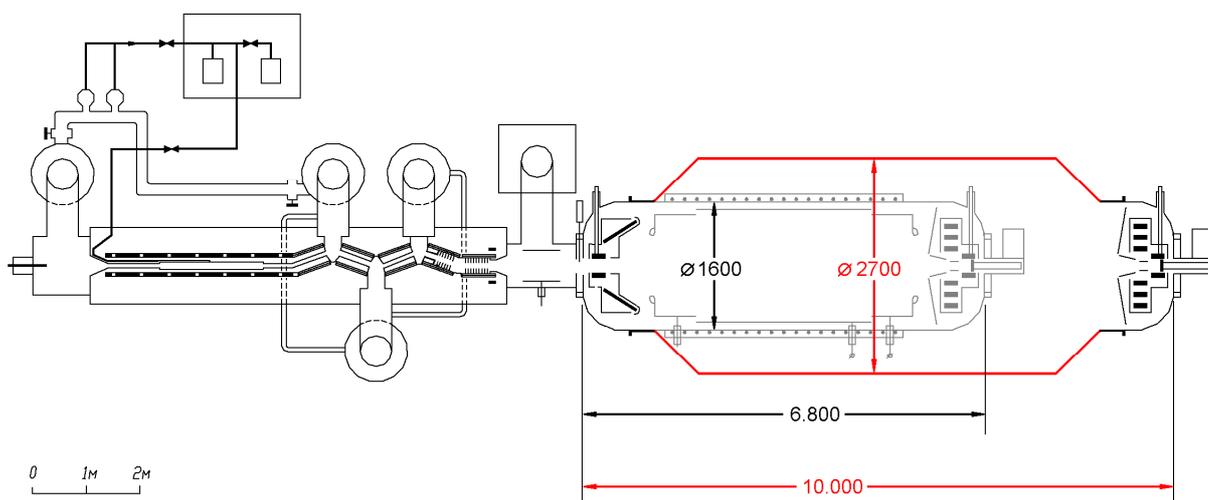


Рис. 40. Сравнение размеров спектрометров установок «Троицк ню-масс» и «Троицк ню-масс II».

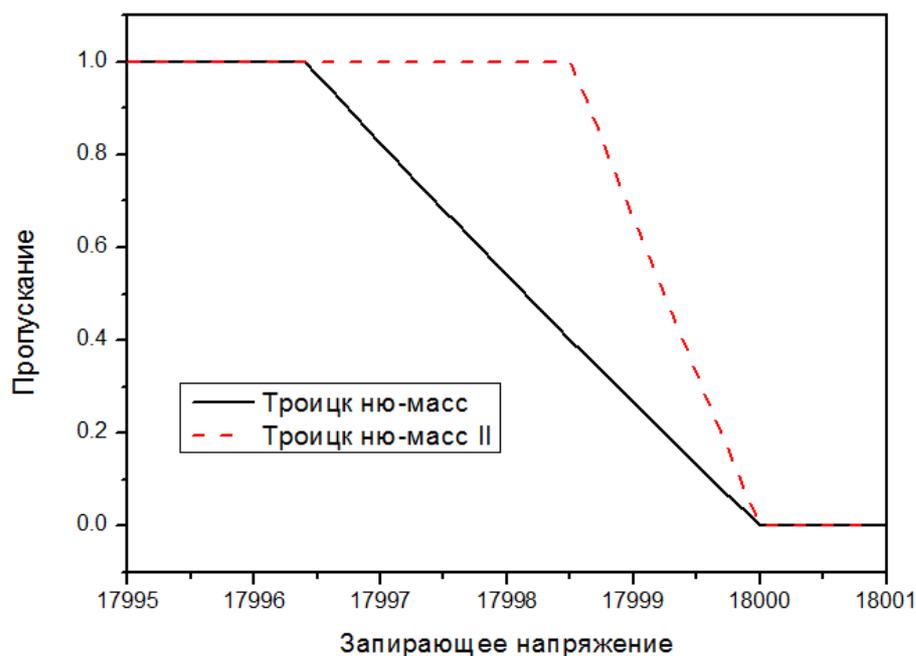


Рис. 41. Сравнение функций разрешения установок «Троицк ню-масс» и «Троицк ню-масс II».

В настоящее время проведено уже несколько наладочных сеансов измерений на новом спектрометре. Удалось получить более точные данные по спектру потерь энергии электронов при взаимодействии с газом в тритиевом источнике. В будущем планируется произвести серию измерений с криптоном.

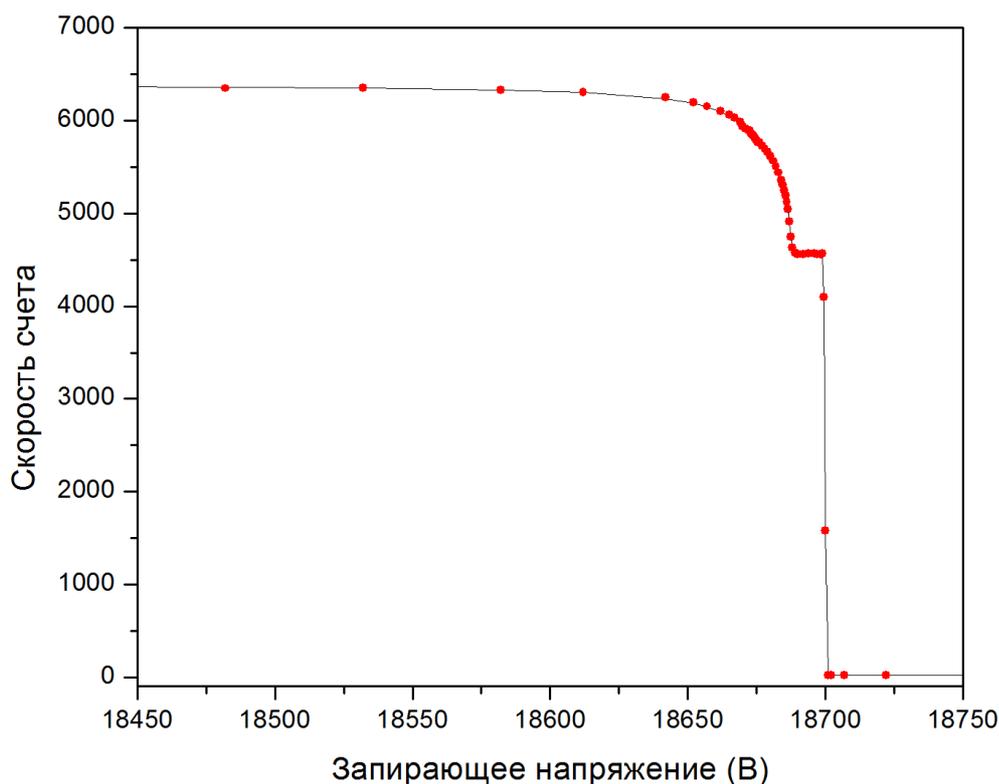


Рис. 42. Измерение формы спектра потерь на установке «Троицк ню-масс II».

6.8. Актуальность разработанных методов для будущих экспериментов

Полученные результаты не только дают лучшую, чем в предыдущих работах, оценку квадрата массы нейтрино, но и наглядно показывают возможность описания результатов эксперимента без привлечения дополнительных параметров. Последнее оказывается весьма существенным для планирования и проведения дальнейших экспериментов с использованием установок схожего типа. На сегодняшний день «Троицк ню-масс» – это единственная установка, которая использует безоконный газовый тритиевый источник (такой источник использовался в эксперименте в Лос-Аламосе ([21]), но там чувствительность была значительно ниже), и если бы не удалось устранить причину отрицательной оценки квадрата масс, то это поставило бы под сомнение возможность использования подобного источника. Действительно, если предположить, что сдвиг в отрицательную

область остается тем же, а величина ошибки уменьшается, то физическая состоятельность результатов резко падает. Добавление дополнительных искажений спектра в виде ступеньки или любой другой формы также не решает проблемы, поскольку до сегодняшнего момента не найдено физических причин подобного эффекта (а добавление физически необоснованных эффектов в анализ ставит под вопрос его состоятельность).

На данный момент в процессе сборки находится установка KATRIN ([34]), так же, как и «Троицк ню-масс», использующая тритиевый беззаконный газовый источник и электростатический спектрометр с адиабатической магнитной коллимацией. В силу того, что тритиевый источник KATRIN аналогичен тритиевому источнику «Троицк ню-масс», логично ожидать что систематические эффекты, наблюдаемые на «Троицк ню-масс», будут наблюдаться и там. Именно поэтому вопрос о наличии или отсутствии аномалии в спектре, получаемом на установке такого типа, оказался крайне важным для коллаборации KATRIN.



Рис. 43. Транспортировка главного спектрометра KATRIN.

Опираясь на приведенный в данной работе анализ, можно сказать, что данные «Троицк ню-масс» могут быть описаны без привлечения дополнительных параметров, а это значит, что точность, заявленная в

проектной документации KATRIN ([26]), может в действительности быть достигнута. Также важно заметить, что представленные в настоящей работе методики по анализу данных и учету систематических ошибок могут практически без изменений быть использованы для обработки данных KATRIN.

Заключение

В настоящей работе дано полное описание спектра электронов, получаемого на установке «Троицк ню-масс» (или другой установке, использующей газообразный источник и электростатический спектрометр), с учетом аппаратных функций и потерь энергии электронами при прохождении через газообразный тритий.

Проведен тщательный анализ искажения спектра в результате взаимодействия с газом в источнике, а также эффекта запираания электронов в магнитной ловушке тритиевого источника. Разработана методика учета потерь в конечном спектре, использующемся для фитирования данных. Также разработана и применена методика определения вероятностей неупругих столкновений на основе экспериментальных данных, полученных при помощи электронной пушки.

Исследовано влияние разнообразных систематических эффектов на оценку квадрата массы нейтрино. Определена зависимость оценки от задания внешних параметров, таких как толщина источника и уровень трэппинг-эффекта.

Проведен анализ всех данных установки. После тщательного отбора данных получена оценка квадрата массы нейтрино: $m_\nu^2 = -0.67 \pm 1.89_{\text{stat}} \pm 1.68_{\text{syst}} \text{ эВ}^2$, что приводит к оценке верхней границы массы электронного антинейтрино: $m_\nu < 2.05 \text{ эВ}$ (95% C. L., метод Фельдмана и Казинса). Эта оценка на текущий момент является лучшей в мире.

После рассмотрения перспектив использования безоконного газового источника и электростатического спектрометра сделан вывод о возможности дальнейшего использования установок подобного типа.

Литература

1. Позитрон [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://en.wikipedia.org/wiki/Positron>
2. Бритва Оккама [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Бритва_Оккама
3. Нейтрон [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Нейтрон>
4. Fermi's Theory of Beta Decay [Текст] / F.L. Wilson // American Journal of Physics. — 1968. — Т. 36, № 12. — С. 1150.
5. Pauli's letter of the 4th of December 1930 [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.pp.rhul.ac.uk/~ptd/TEACHING/PH2510/pauli-letter.html>
6. Neutrino Masses and Mixing: Evidence and Implications [Текст] / M.C. Gonzalez-Garcia, Y. Nir // hep-ph/0202058. — 2002.
7. Работы Б. Понтекорво [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://pontecorvo.jinr.ru/work.html>
8. The beta-Spectrum of H^3 [Текст] / G. C. Hanna and B. Pontecorvo — 1949. — Т. 75. — С. 983-984.
9. Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux with the Homestake Chlorine Detector [Текст] / B.T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J.R. Distel, K. Lande, C.K. Lee, P.S. Wildenhain, J. Ullman // The Astrophysical Journal. — 1998. — Т. 496, № 1. — С. 505-526.
10. Search for anti-electron-neutrinos from the Sun at Super-Kamiokande-I [Текст] / S.-K. collaboration: Y. Gando // hep-ex/0212067. — 2002.
11. Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory [Текст] / S. N. O. Collaboration // nucl-ex/0204008. — 2002.
12. Atmospheric neutrinos [Текст] / T. Kajita // New Journal of Physics. — 2004. — Т. 6. — С. 194-194.
13. Measurement of Neutrino Oscillation by the K2K Experiment [Текст] / K2K Collaboration // hep-ex/0606032. — 2006.
14. First Results from KamLAND: Evidence for Reactor Anti-Neutrino Disappearance [Текст] / KamLAND Collaboration // hep-ex/0212021. — 2002.

15. Неускорительная физика элементарных частиц [Текст] / Г. В. Кlapдор-Клайнгротхаус, А. Штаудт. — Москва: Наука - Физматлит, 1997.
16. The Review of Particle Physics [Текст] / K. Nakamura et al. (Particle Data Group) — 2010. — Т. 37, № 075021.
17. Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam [Текст] / T2K collaboration // hep-ex/1106.2822v1.
18. On Double-Beta Decay Half-Life Time Systematics [Текст] / B. Pritychenko // nucl-th/1004.3280. — 2010.
19. Latest results from the HEIDELBERG-MOSCOW double beta decay experiment [Текст] / H.V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Dietz, L. Baudis, G. Heusser, I.V. Krivosheina, B. Majorovits, H. Paes, H. Strecker, V. Alexeev, A. Balysh, A. Bakalyarov, S.T. Belyaev, V.I. Lebedev, S. Zhukov // The European Physical Journal A. — 2001. — Т. 12, № 2. — С. 147-154.
20. Search for neutrinoless double beta decay with enriched ^{76}Ge in Gran Sasso 1990-2003 [Текст] / H.V. Klapdor-Kleingrothaus, I.V. Krivosheina, A. Dietz, O. Chkvorets // Physics Letters B. — 2004. — Т. 586, № 3-4. — С. 198-212.
21. DIRECT MEASUREMENTS OF NEUTRINO MASS [Текст] / R.G.H. Robertson, D.A. Knapp // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 1988. — Т. 38. — С. 185-215.
22. К вопросу об измерении массы покоя антинейтрино [Текст] / В. М. Лобашев, П. Е. Спивак // Препринт ИЯИ АН СССР. — 1983. — № П-0291.
23. A METHOD FOR MEASURING THE ANTI-ELECTRON-NEUTRINO REST MASS [Текст] / V.M. Lobashev, P.E. Spivak // Nucl. Instrum. Meth. — 1985. — Т. A240. — С. 305-310.
24. Final results from phase II of the Mainz neutrino mass search in tritium beta-decay [Текст] / C. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, J. Bonn, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E.W. Otten, J.P. Schall, T. Thummler, C. Weinheimer // The European Physical Journal C. — 2005. — Т. 40, № 4. — С. 447-468.
25. The search for the neutrino mass by direct method in the tritium beta-decay and perspectives of study it in the project KATRIN [Текст] / V.M. Lobashev // Nuclear Physics A. — 2003. — Т. 719. — С. C153-C160.
26. KATRIN Design Report 2004 [Текст] / KATRIN Collaboration FZKA Scientific Report 7090, 2005.
27. Общий курс физики [Текст]: Т. 3 - Электричество / Д.В. Сивухин. — Москва: Наука, 1983.

28. Ларморовский радиус [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Ларморовский_радиус
29. Поиск массы нейтрино в бета-распаде трития. Система сбора данных и первичная обработка результатов. [Текст] : дис. к. ф.-м. н. : 01.04.01. / Задорожный С. В. — ИЯИ РАН, 2004.
30. Установка «Троицк ню-масс» для прецизионного измерения кинематической массы нейтрино из β -распада трития (Криогенная и сверхпроводящая часть) [Текст] : дис. к. ф.-м. н. : 01.04.01. / Гераскин Е. В. — ИЯИ РАН, 2008.
31. Курс теоретической физики, том 3, Квантовая механика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. — Москва: Наука, 1976.
32. Лептоны и кварки [Текст] / Л. Б. Окунь. — Москва: Наука, 1981.
33. Measurement of the beta -energy spectrum of H3 to determine the antineutrino mass [Текст] / J.J. Simpson // Physical Review D. — 1981. — Т. 23, № 3. — С. 649.
34. KATRIN [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www-ik.fzk.de/tritium/>
35. Effects from Changes in the Final State Spectrum on the Neutrino Mass Determination from T2 Beta Decay Experiments [Текст] / S. Jonsell, H.J. Monkhorst // Physical Review Letters. — 1996. — Т. 76, № 24. — С. 4476.
36. Моделирование спектра и обработка данных результатов эксперимента «Троицк ню-масс» [Текст] / А.А. Нозик, А.К. Скасырская // Препринт ИЯИ РАН. — 2009. — Т. 1224/1009.
37. Energy loss of 18 keV electrons in gaseous T2 and quench condensed D2 films [Текст] / V.N. Aseev, A.I. Belevsev, A.I. Berlev, E.V. Geraskin, O.V. Kazachenko, Y.E. Kuznetsov, V.M. Lobashev, R.P. Ostroumov, N.A. Titov, S.V. Zadorozhny, Y.I. Zakharov, J. Bonn, B. Bornschein, L. Bornschein, E.W. Otten, M. Przyrembel, C. Weinheimer, A. Saenz // The European Physical Journal D. — 2000. — Т. 10, № 1. — С. 14.
38. Approaching the parameter estimation quality of maximum likelihood via generalized moments [Текст] / F.V. Tkachov // physics/0001019. — 2000.
39. Transcending The Least Squares [Текст] / F.V. Tkachov // physics/0604127. — 2006.
40. Применение метода квазиоптимальных весов для обработки данных эксперимента [Текст] / А.А. Нозик, Ф.В. Ткачев // Препринт ИЯИ РАН. — 2009. — Т. 1241/2009.

41. Статистические методы в экспериментальной физике [Текст] / В. Идье и др. — Москва: Атомиздат, 1976.
42. BlackBox Component Builder [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.oberon.ch/blackbox.html>
43. STATUS AND NEW RESULTS FROM THE EXPERIMENT «TROITSK NU-MASS» ON THE SEARCH FOR THE ELECTRON ANTINEUTRINO REST MASS IN TRITIUM BETA-DECAY [Текст]: Proceedings of the International conference «Neutrino 96» / V. M Lobashev et al. — Helsinki: 1996.
44. JMINUIT [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://java.freehep.org/freehep-jminuit/>
45. Michael Thomas Flanagan's Java Scientific Library [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.ee.ucl.ac.uk/~mflanaga/java/>
46. Метод Ньютона [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Newton's_method_in_optimization
47. Improved Molecular Final-State Distribution of HeT+ for the beta -Decay Process of T2 [Текст] / A. Saenz, S. Jonsell, P. Froelich // Physical Review Letters. — 2000. — Т. 84, № 2. — С. 242.
48. Direct search for neutrino mass and anomaly in the tritium beta-spectrum: Status of «Troitsk neutrino mass» experiment [Текст] / V.M. Lobashev, V.N. Aseev, A.I. Belesev, A.I. Berlev, E.V. Geraskin, A.A. Golubev, O.V. Kazachenko, Y.E. Kuznetsov, R.P. Ostroumov, L.A. Rivkis, B.E. Stern, N.A. Titov, C.V. Zadoroghny, Y.I. Zakharov // Nuclear Physics B - Proceedings Supplements. — 2001. — Т. 91, № 1-3. — С. 280-286.
49. Unified approach to the classical statistical analysis of small signals [Текст] / G.J. Feldman, R.D. Cousins // Physical Review D. — 1998. — Т. 57, № 7. — С. 3873.
50. Optimal confidence intervals for bounded parameters (a correct alternative to the recipe of Feldman and Cousins) [Текст] / F.V. Tkachov // 0911.4271. — 2009.
51. Optimal upper bounds for non-negative parameters [Текст] / F.V. Tkachov // 0912.1555. — 2009.
52. Исследование эффектов объемного заряда в газообразном тритии как источника искажения бета-спектра в эксперименте по поиску массы нейтрино «Троицк ню-масс» [Текст] / А. И. Белесев и др. // ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. — 2008. — Т. 71, № 3. — С. 449–459.