

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ  
ФАКУЛЬТЕТ ПРОБЛЕМ ФИЗИКИ И ЭНЕРГЕТИКИ  
КАФЕДРА «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И  
КОСМОЛОГИЯ»

Стадничук Егор Михайлович

**Моделирование развития электронных лавин в грозовых  
облаках**

Направление подготовки: 03.03.01 «Прикладная математика и физика»  
Профиль бакалавриата: «Фундаментальные взаимодействия и космология»

Выпускная квалификационная работа  
на соискание степени бакалавра

Работу выполнил:  
студент 483 группы \_\_\_\_\_ Стадничук Егор Михайлович

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Нозик Александр Аркадьевич

Москва — 2018

## Введение

На сегодняшний день в физике атмосферного разряда остаётся множество нерешённых вопросов. Одним из них является вопрос о том, каким образом в грозовых облаках формируется среда, необходимая для образования молнии.

Существует множество моделей о том, как накапливается электрический заряд в облаках и как он там распределяется. Но при этом до сих пор экспериментально не проверено, каким именно образом устроено электрическое поле внутри тучи. Единственное, что на сегодняшний день измерено достоверно, это величина электрического поля по модулю. Оказывается, что она на порядок меньше поля, необходимого для пробоя воздуха [1] [2] [3]. В связи с этим в природе должен существовать механизм ионизации внутри грозовых облаков.

Также помимо разряда молнии во время грозы наблюдается множество интересных природных явлений. Например, грозовые облака - естественный источник радиации: в экспериментах по регистрации атмосферных ливней космических лучей поток их частиц увеличивается во время грозы. Вдобавок существуют такие явления, как TGE и TGF, природа которых на сегодняшний день до конца не изучена. TGE или Terrestrial Gamma-ray Enhancement наблюдается в экспериментах на горе Арагац в Армении [4]. Это явление заключается в том, что во время грозы со временем растёт поток регистрируемых гамма квантов. Этот поток растёт до некоторого максимума, затем начинает спадать, а спустя некоторое время происходит разряд молнии. Этот процесс длится в течении нескольких минут. TGF или Terrestrial Gamma-ray Flashes наблюдается из космоса со спутников [5] [6]. Это природное явление заключается в том, что спутники регистрируют резкую вспышку гамма квантов с энергией в несколько МэВ от Земли в течении нескольких микросекунд. TGF происходят редко, примерно на 3 порядка реже, чем грозы. Наблюдается в экваториальных широтах.

Что может быть источником радиации в грозовых облаках? Внутри туч существует довольно сильное электрическое поле, которое достигает 200 киловольт на метр [1] [2] [3]. Следовательно, внутри грозовых облаков заряженные частицы атмосферных ливней могут ускоряться. А. В. Гуревич показал [7], что в электрическом поле релятивистские заряженные частицы рождают интенсивные релятивистские электронные лавины. Также тормозное излучение

электронных лавин приводит к большему потоку гамма квантов. Это означает, что грозовые облака умножают поток космических лучей. Поэтому вполне вероятно, что именно космические лучи ответственны за ионизацию туч, за TGF и TGE.

Однако оказывается, что потока частиц в атмосферных ливнях не достаточно для того, чтобы модель релятивистских электронных лавин Гуревича давала необходимое количество ионизации в грозовых облаках для образования молнии. Поскольку источников ионизации сильнее, чем космические лучи, не наблюдается, то логично предположить, что поток частиц в электронных лавинах каким-то образом усиливается. Модель усиления электронных лавин предложил Д. Р. Дваер [8]. На сегодняшний день модель Дваера считается наиболее достоверной. Следует отметить, что до сих пор ни одна модель рассмотренных выше явлений не получила прямого экспериментального подтверждения.

Механизм Дваера для усиления релятивистских электронных лавин в электрическом поле заключается в следующем. Дваер исследовал воздушный цилиндр длиной в несколько сотен метров с однородным электрическим полем. Электронная лавина распространяется против электрического поля и излучает тормозные гамма кванты. Эти гамма кванты рождают электрон-позитронные пары в конце цилиндра. Заряд позитрона противоположен заряду электрона, следовательно, позитроны далее движутся по направлению к началу цилиндра. Там за счёт ионизации они рождают электроны, которые, развернувшись, способны образовать вторичную электронную лавину. Таким образом, в электрическом поле реализуется обратная связь, которая позволяет электронным лавинам репродуцироваться в начале ячейки. Также возможна обратная связь не за счёт позитронов, а за счёт гамма-квантов, которые могут прилететь в начало ячейки и родить вторичную лавину. На рисунке 1 представлена симуляция Geant4, демонстрирующая механизм обратной связи Дваера. Из этой симуляции видно, что в больших электрических полях обратная связь приводит к возникновению вторичных лавин убегающих электронов.

Дваер показал, что в области с однородным электрическим полем порядка одного мегавольта на метр с воздухом при нормальных условиях возможно бесконечное усиление релятивистских электронных лавин. Это означает, что за счёт позитронной обратной связи лавина гарантированно репродуцируется. Значит, если модель Дваера работает в грозовых облаках, то облако должно гореть

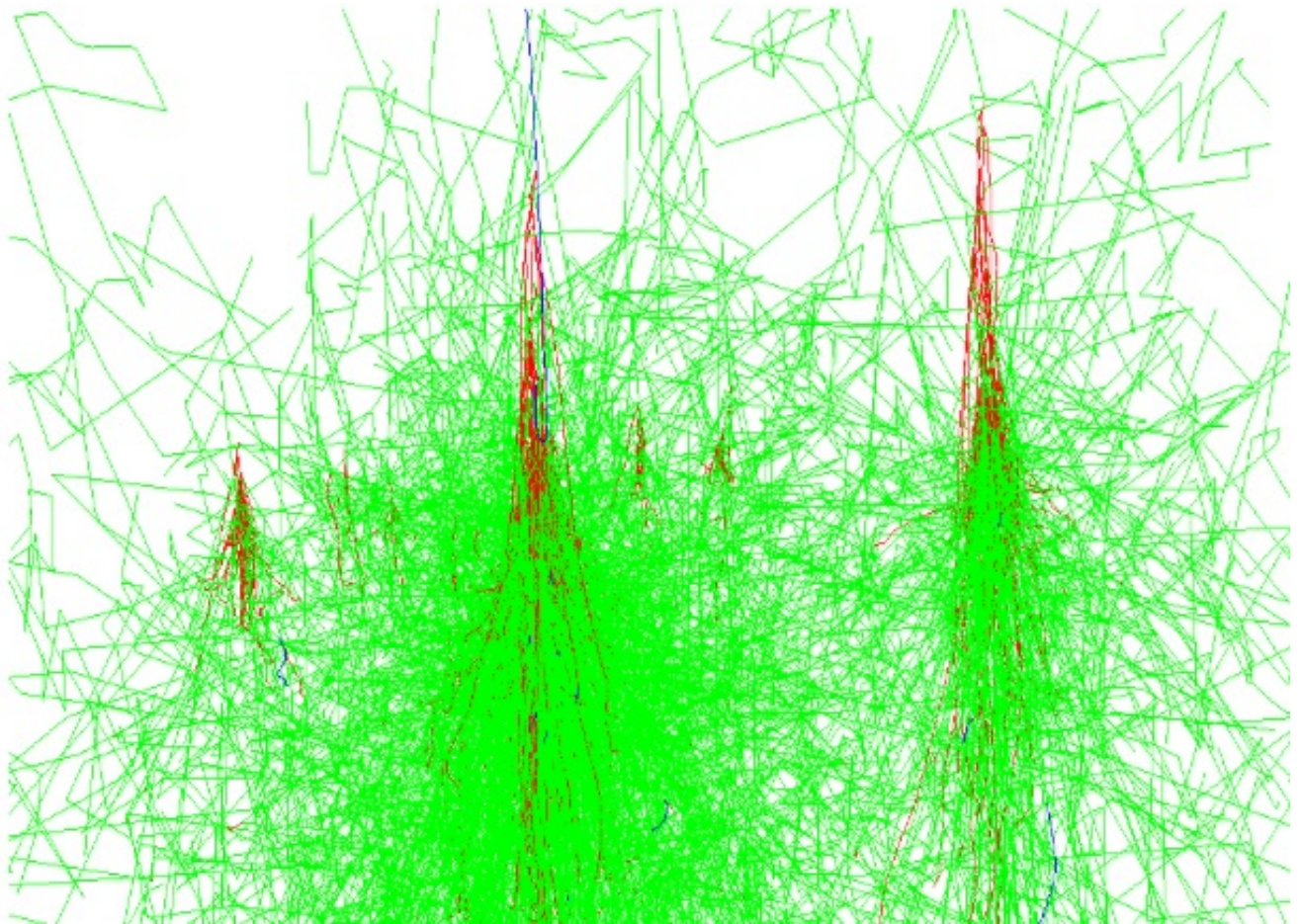


Рисунок 1 — Обратная связь Дваера в Geant4. Красные треки - треки электронов, синие - позитронов, зелёные - гамма квантов.

подобно свече вплоть до разряда молнии. Следовательно, многие наблюдаемые во время грозы явления могут быть объяснены.

Как бы то ни было, на эксперименте внутри грозовых облаков наблюдаются электрические поля на порядок меньше, чем рассматривал Дваер [1] [2] [3]. Также облака находятся на высоте в несколько километров над землёй, поэтому плотность воздуха там примерно в 2 раза меньше, чем при нормальных условиях. Целью настоящей дипломной работы было проверить, работает ли модель Дваера в таких условиях, а именно выяснить, возможна ли позитронная и гамма обратная связь, а также вычислить коэффициенты обратной связи для различных электрических полей. Под коэффициентом обратной связи понимается среднее количество вторичных электронно-позитронных лавин на одну первичную. Вычисления проводились с помощью Geant4 [9].

В первой главе данной дипломной работы представлен литературный обзор. В нём представлена модель Гуревича пробоя на убегающих электронах и модель Дваера усиления лавины убегающих электронов. Во второй главе опи-

сана методология расчёта коэффициента обратной связи Дваера в условиях, экспериментально наблюдаемых в грозовых облаках. Наконец, в третьей главе представлены результаты расчётов в виде зависимости коэффициента обратной связи от величины электрического поля.

## Глава 1. Литературный обзор

### 1.1 Пробой на убегающих электронах

Подробнее теория пробоя на убегающих электронах изложена в [2]. В данном разделе рассмотрены ключевые моменты этой теории.

#### 1.1.1 Феноменология

В основе пробоя на убегающих электронах (ПУЭ) лежат особенности взаимодействия частиц с веществом. На рисунке 1.1 представлена зависимость силы торможения электрона от его кинетической энергии. Из рисунка видно, что существует некая критическая энергия, при которой взаимодействие минимально. Это означает, что существует критическое электрическое поле, воздействие которого на электрон равно минимуму силы торможения. Следовательно, если  $E > E_c = \frac{F_{min}}{e}$ , то электрон будет ускоряться. Электроны, чья энергия превышает критическую  $\epsilon_c = \frac{mc^2 E_c}{E}$ , называются убегающими. Такие электроны способны распространяться без замедления вплоть до границы области с электрическим полем. Следовательно, они ионизируют вещество гораздо сильнее, чем обычные электроны. Поэтому наличие убегающих электронов в среде приводит к повышенной ионизации.

Убегающие электроны ионизируя вещество также способны выбивать вторичные убегающие электроны. Характерной длиной экспоненциального нарастания лавины  $l_a$  называется расстояние, на котором количество убегающих электронов увеличивается в  $e$  раз. В воздухе  $l_a \approx 50$  метров.

Для того чтобы за счёт убегающих электронов произошёл пробой, необходимо, чтобы они сильно размножались. Отсюда формулируются необходимые условия ПУЭ:

1. Должен быть источник затравочных электронов.
2. Электрическое поле должно превышать критическое.

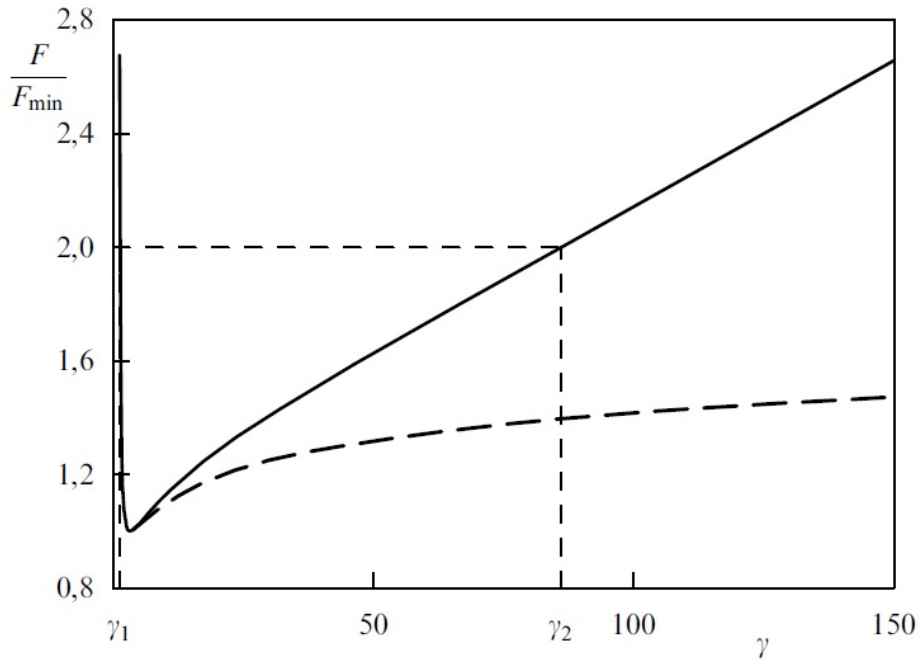


Рисунок 1.1 — Нормированная сила трения  $F$  как функция энергии электрона. Штриховая линия - сила трения без учёта ионизационных потерь [2]. Также на рисунке отмечены границы области убегания

3. Характерный размер области с электрическим полем должен быть много больше, чем характерная длина экспоненциального нарастания лавины.

Согласно экспериментальным наблюдениям, электрическое поле в грозовых облаках способно удовлетворять этому критерию.

### 1.1.2 Элементарная теория ПУЭ

Сила взаимодействия электрона с воздухом достигает минимума при его кинетической энергии  $\epsilon \approx 1.4$  МэВ:

$$F_{min} \approx 11 \cdot \frac{4\pi e^4 N_m}{mc^2} \quad (1.1)$$

Здесь  $N_m$  - плотность молекул воздуха. В физике плазмы также существует понятие критического поля. Оно соответствует максимуму силы торможения электрона в нейтральной среде (сила торможения электрона в воздухе имеет максимум в области энергий меньше 1 МэВ). Следует отметить, что критиче-

ское электрическое поле ПУЭ  $E_c = \frac{F_{min}}{e}$  на два порядка ниже этого критического поля:

$$E_{cn} = \frac{4\pi e^3 Z N_m}{2.72\bar{\epsilon}} \quad (1.2)$$

$$\frac{E_{cn}}{E_c} \approx 200 \quad (1.3)$$

Здесь  $\bar{\epsilon} \approx Z\epsilon_i$ . Таким образом, ПУЭ происходит в относительно слабых полях.

В элементарной теории лавина электронов рассматривается как шарики, движущийся против электрического поля. При этом уравнение движения электрона:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = e\sqrt{\frac{2\epsilon}{m}}\left(E - \frac{F(\epsilon)}{e}\right) \quad (1.4)$$

Лавина, распространяясь, ионизирует вещество. Количество электронов с энергией больше  $\epsilon_1$ , выбитых лавиной на единицу длины распространения:

$$\frac{dN(\epsilon_1)}{ds} = \frac{\pi Z N_m e^4}{mc^2 \epsilon_1} \quad (1.5)$$

Отсюда находится характерная длина экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов:

$$l_a = \left(\frac{dN}{ds}\right)_{\epsilon_1=\epsilon_c}^{-1} = \frac{(mc^2)^2}{2\pi N_m Z e^4} \frac{E_c}{E} \approx \frac{E_C}{E} \left(\frac{N_m}{2.7 \cdot 10^{19} cm^3}\right)^{-1} \cdot 50 \text{ meters} \quad (1.6)$$

При этом лавина нарастает следующим образом:

$$N(s) = N_0 \cdot e^{\frac{s}{l_a}} \quad (1.7)$$



### 1.1.3 Кинетическая теория

Полное описание распространения лавины убегающих электронов даётся в рамках кинетической теории. При чём за счёт того, что электроны излучают тормозное излучение, которое также способно рождать электроны и позитроны за счёт взаимодействия с воздухом, следует рассматривать три кинетических уравнения на электроны, гамма кванты и позитроны. Но подавляющий вклад во взаимодействие электронов с веществом в рассматриваемом диапазоне энергий вносят ионизационные потери, так как излучение фотонов параметрически слабее: малым параметром является  $\alpha \approx \frac{1}{137}$ . Следовательно, достаточно рассмотреть лишь одно уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{p} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e \vec{E} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = S(f, F_m) \quad (1.8)$$

Здесь  $f = f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  - функция распределения электронов в фазовом пространстве,  $\vec{E}$  - напряжённость электрического поля,  $S$  - интеграл соударений, зависящий от функции распределения электронов  $f$  и нейтральных молекул  $F_m$ .

Интеграл соударений для убегающих электронов может быть представлен в виде:

$$S(f, F_m) = S_t(f) + S_I(f) + S_1(f) \quad (1.9)$$

Здесь  $S_t(f)$  описывает потери энергии и рассеяние вследствие соударений с молекулами,  $S_I(f)$  - ионизационный интеграл, описывающий рождение новых электронов, а  $S_1(f)$  описывает рождение электрон-позитронных пар. Поскольку плотность убегающих электронов  $N_e$  много меньше плотности нейтральных молекул  $N_m$ , то интеграл соударений Больцмана может быть представлен в следующем виде:

$$S(f, F_m) = \int d\vec{v}_1 d\Omega u [q_-(u, \theta) f(\vec{v}) F_m(\vec{v}_1) - q_+(u, \theta) f(\vec{v}') F_m(\vec{v}_1')] \quad (1.10)$$

Здесь  $\vec{v}'$ ,  $\vec{v}$  и  $\vec{v}'_1$ ,  $\vec{v}_1$  - скорости электронов и молекул соответственно до и после соударения,  $u = |\vec{v} - \vec{v}'_1|$ ,  $\theta$  - угол между  $\vec{u}$  и  $\vec{v}' - \vec{v}'_1$ , а  $q_{\pm}(\theta, u)$  - дифференциальные сечения соударений.

Полное кулоновское сечение состоит из трёх членов:

$$q(u, \theta) = q^{(1)} - q^{(2)} + q^{(3)} \quad (1.11)$$

$$q^{(1)} = \left(\frac{e^2}{mu^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1.12)$$

$$q^{(2)} = \left(\frac{e^2}{mu^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^2(\theta/2)\cos^2(\theta/2)} \quad (1.13)$$

$$q^{(3)} = \left(\frac{e^2}{mu^2}\right)^2 \frac{1}{\cos^4(\theta/2)} \quad (1.14)$$

Здесь  $\theta$  - угол рассеяния.  $q^{(1)}$  - Резерфордское сечение, которое описывает рассеяние падающего высокоэнергичного электрона,  $q^{(2)}$  - обменный процесс, когда высокоэнергичный электрон и атомный электрон меняются ролями. Третий член описывает приход вновь рождённых электронов. Следует отметить, что он отсутствует в члене ухода  $q_-$ . Это связано с тем, что в процессах прихода третий член пропорционален  $F_m \cdot f$ , а в процессах ухода  $f^2$ . Поэтому в силу  $N_e \ll N_m$  им можно пренебречь. Таким образом, член прихода  $q_+$  и член ухода  $q_-$  представимы в виде:

$$q_+(u, \theta) = q^{(1)} - q^{(2)} + q^{(3)} \quad (1.15)$$

$$q_-(u, \theta) = q^{(1)} - q^{(2)} \quad (1.16)$$

В кинетической теории задача о ПУЭ ставится следующим образом. Требуется решить уравнение 1.8 для высокоэнергичных электронов в воздухе. При этом поле  $E$  считается постоянным и однородным, также число  $Z$  и плотность нейтралов  $N_m$  считаются постоянными. В таком случае уравнение становится линейным, а решение не зависит от координат и ищется в пространстве импульсов или же энергий  $\epsilon$  и моментов  $\mu$ . Граничное условие:  $f \rightarrow 0$  при  $\epsilon \rightarrow \infty$  или  $\gamma \rightarrow \infty$ , где  $\gamma$  - лоренц фактор. В области нерелятивистских энергий  $\epsilon \ll \epsilon_c$

условием является свободный ток частиц в область малых энергий. Именно это условие выделяет пробой на убегающих электронах, для которого процессы в области низких энергий  $\epsilon \ll \epsilon_i$  несущественны.

Поскольку уравнение линейное, то временная зависимость его решения в указанных граничных условиях носит экспоненциальный характер:

$$f \propto \exp(\lambda t) \quad (1.17)$$

ПУЭ реализуется лишь в том случае, если собственное значение  $\lambda > 0$ .

Результаты численного решения уравнения представлены на рисунке 1.2. Из рисунка видно, что при малых энергиях разброс угла значителен, а при увеличении энергии направленность лавины значительно возрастает.

Ненулевое решение существует лишь при наличии затравочных электронов. При этом, если их энергия ниже критической, то есть  $\epsilon_0 < \epsilon_c$ , то вне зависимости от величины электрического поля  $\lambda$  получается отрицательной. Если  $\epsilon_0 > \epsilon_c$ , то пробой происходит и решение в зависимости от начальных условий принимает вид (рисунок 1.3):

$$f(\gamma, \mu) = F_0(\gamma) \exp(\lambda t) \quad (1.18)$$

Важно отметить, что величина  $\lambda$  практически не зависит от  $F_0(\gamma)$ .

Время экспоненциального нарастания лавины  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  зависит от величины электрического поля примерно как  $(\frac{E_c}{E})^{\frac{3}{2}}$ . Результаты численных расчётов  $\lambda$  представлены на рисунке 1.4.

#### 1.1.4 Условия возникновения ПУЭ в атмосфере

Из приведённой выше теории следует, что для возникновения пробоя на убегающих электронах необходимо выполнение следующих условий:

1.  $E > E_c$
2. Характерный размер  $L$ , на котором выполнено условие 1, должен существенно превышать характерную длину экспоненциального нарастания лавины  $l_a$

3. Должны существовать затравочные быстрые электроны с энергией  $\epsilon > \epsilon_c = \frac{mc^2 E_c}{2E}$

На сегодня наиболее интересные проявления ПУЭ наблюдаются в атмосфере. Критическое поле в атмосфере экспоненциально зависит от высоты над уровнем моря:

$$E_c = 216 \cdot \exp\left(-\frac{z}{h}\right) \frac{kV}{m} \quad (1.19)$$

Здесь  $h \approx 8$  км - нормальная высота в атмосфере. На высоте  $z \approx 6.3$  км  $E_c = 100$  киловольт на метр, а на высоте  $z \approx 11$  км  $E_c = 50$  киловольт на метр.

В грозовых облаках масштабное условие 2 обычно выполняется. Затравочными быстрыми частицами здесь служат электроны атмосферных ливней, средний поток которых на высотах 4-8 километров  $\Phi \approx 10^3$  на квадратный метр в секунду. Таким образом, в грозовых облаках выполнены необходимые условия ПУЭ. При этом электроны атмосферных ливней достигают энергии 30 МэВ и за счёт рассеяний распространяются во все стороны. Это означает, что в зависимости от конфигурации электрического поля в облаке ПУЭ может происходить в любом направлении, в том числе и в ионосферу.

### 1.1.5 Грозовые разряды в атмосфере

Многочисленные экспериментальные наблюдения показывают, что электрическое поле в грозовых облаках не достигает необходимого для обычного пробоя. Напротив, оно близко к критическому  $E_c$ . На рисунке 1.5 показан пример измерения электрического поля на шаре-зонде. Результаты наблюдения сопоставлены с полем  $E_c(z)$ . Следует отметить, что при достижении в облаке критического электрического поля часто наблюдается молния.

Таким образом, пробой на убегающих электронах оказывает существенное влияние на распределение электрических полей в грозовой атмосфере.

Наконец, следует отметить, как убегающие электроны влияют на проводимость в грозовых облаках. В ясную погоду в атмосфере концентрация ионов порядка  $10^3$  на кубический сантиметр. Рост концентрации ионов в воздухе определяется уравнением:

$$\frac{dN_i}{dt} = -\alpha_{ri}N_i^2 + Q_i \quad (1.20)$$

Здесь  $Q_i$  - источник ионов, а  $\alpha_{ri}$  - коэффициент рекомбинации ионов (сантиметр в кубе в секунду), определяемый тройными столкновениями:

$$\alpha_{ri} \approx 8 \cdot 10^{-6} \frac{N_m}{2.7 \cdot 10^{19}} \left(\frac{300}{T}\right)^{\frac{5}{2}} \quad (1.21)$$

В ясную погоду источником ионов являются космические лучи и  $Q_0 \approx 3$  на кубический сантиметр в секунду, что даёт стационарную  $N_i \approx 10^3$  на кубический сантиметр. При этом проводимость воздуха  $\sigma_i \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{с}^{-1}$ . В условиях ПУЭ добавляется новый источник ионов:

$$Q_e = \frac{dN_e}{dt} = \int f(\epsilon) d\epsilon \approx Q_0 \exp\left(\frac{L}{l_a}\right) \ln^2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_i} \quad (1.22)$$

Отсюда равновесная концентрация ионов  $N_i \approx (5 - 8) \cdot 10^4$  на кубический сантиметр, а проводимость  $\sigma_i \approx (2 - 3) \cdot 10^{-2} \text{с}^{-1}$ . Таким образом, ПУЭ за несколько десятков секунд повышает проводимость воздуха приблизительно на 2 порядка. Возникают слои аномальной проводимости, что сказывается на электродинамике грозовых облаков.

## 1.2 Модель Дваера

Подробнее модель Дваера и симуляции Дваера описаны в [8].

Среди давних проблем в физике атмосферного разряда является определение фундаментального ограничения сверху на величину электрического поля в грозовых облаках. В работах Гуревича отмечалось, что вполне вероятно, что именно критическое поле в теории ПУЭ является этим фундаментальным ограничением. Однако некоторые эксперименты показывают, что поле в грозовом облаке может превышать критическое.

Оказывается, при достаточно больших электрических полях в лавине убегающих электронов может образоваться положительная обратная связь. Эта обратная связь приводит к репродукции лавины в начале области с электрическим полем. Если эта положительная обратная связь на одну лавину рождает

минимум одну вторичную, то получается бесконечное усиление электронной лавины. Такое бесконечное усиление приводит к интенсивному излучению рентгена и гамма квантов, а также приводит к большой ионизации, что сильно влияет на электродинамику облака. В конце концов поле в таких условиях проседает. Таким образом, существование механизма обратной связи накладывает фундаментальное ограничение сверху на величину электрического поля в грозном облаке.

Существуют позитронный и гамма механизмы обратной связи. Позитронный реализуется следующим образом. Лавина убегающих электронов, распространяясь против электрического поля, излучает тормозные гамма кванты. Эти гамма кванты рождают электрон-позитронные пары. Поскольку заряд позитрона противоположен заряду электрона, то позитроны распространяются по электрическому полю в направлении, противоположном направлению распространения электронной лавины. Затем позитроны ионизируют воздух в начале области с электрическим полем, что приводит к образованию новых убегающих электронов. Эти убегающие электроны, развернувшись против поля, рождают новые лавины убегающих электронов. Таким образом, лавина убегающих электронов репродуцируется за счёт позитронной обратной связи. Гамма обратная связь реализуется похожим образом. Тормозные гамма кванты лавины убегающих электронов рассеиваются назад так, что движутся к началу области с электрическим полем против движения электронной лавины. Затем гамма кванты за счёт комптоновского рассеяния или фотоэффекта рождают новые электронные лавины в начале области с полем.

Эти механизмы обратной связи были обнаружены в 3D Монте Карло симуляциях убегающих электронов. В этих симуляциях учитывались все необходимые механизмы рассеяния электронов, включая ионизацию, возбуждение атомных электронов и мёллеровское рассеяние. Также учитывались гамма кванты и позитроны со всеми их процессами взаимодействия с воздухом. на рисунке 1.6 представлена симуляция, иллюстрирующая работу обратной связи Дваера. Здесь рассматривается динамика лавины убегающих электронов в воздухе при нормальных условиях с электрическим полем 1000 киловольт на метр. В таких условиях реализуется бесконечное усиление электронных лавин.

Также в симуляциях Дваера была вычислена зависимость характерной длины экспоненциального нарастания лавины  $\lambda$  от величины электрического

поля в воздухе при нормальных условиях. Эта зависимость представлена на рисунке 1.7, и она описывается эмпирической формулой:

$$\lambda = \frac{7200kV}{E - 275\frac{kV}{m}} \quad (1.23)$$

При  $E = 275$  киловольт на метр  $\lambda$  обращается в бесконечность. Это означает, что при таком поле лавина убегающих электронов распространяется, но не растёт. Такая картина наблюдается в критическом электрическом поле, так как электрон с критической энергией в таком поле в силу закона сохранения энергии не может родить новый убегающий электрон и при этом остаться убегающим. Следовательно, 275 киловольт на метр - критическое электрическое поле.

Учёт обратной связи приводит к новой зависимости числа убегающих электронов в лавине от времени:

$$N_{re} = N_0 \gamma^{\frac{t}{\tau}} \exp \frac{L}{\lambda} \quad (1.24)$$

Здесь индекс re означает "runaway electrons" а  $N_{re}$  - число убегающих электронов.  $\tau$  - среднее время цикла перерождения электронной лавины за счёт обратной связи. Если  $\gamma \geq 1$ , то лавина убегающих электронов бесконечно, то есть до тех пор, пока электрическое поле не просядет настолько, что  $\gamma < 1$ .

На рисунке 1.8 представлена зависимость величины электрического поля, при которой  $\gamma = 1$  от длины области с электрическим полем. Физический смысл этого графика - фундаментальное ограничение сверху на величину электрического поля в грозном облаке в зависимости от длины участка с этим полем.

Учёт обратной связи Дваера может привести к тому, что в ячейке с полем длиной 100 метров при потоке электромагнитной компоненты атмосферных ливней порядка  $10^{2-3}$  на квадратный метр в секунду за сотни микросекунд будет рождено порядка  $10^{14}$  убегающих электронов. Таким образом, механизм Дваера может играть ключевую роль в вспышках гамма квантов в грозных облаках [10] а также в процессе образования молнии [11].

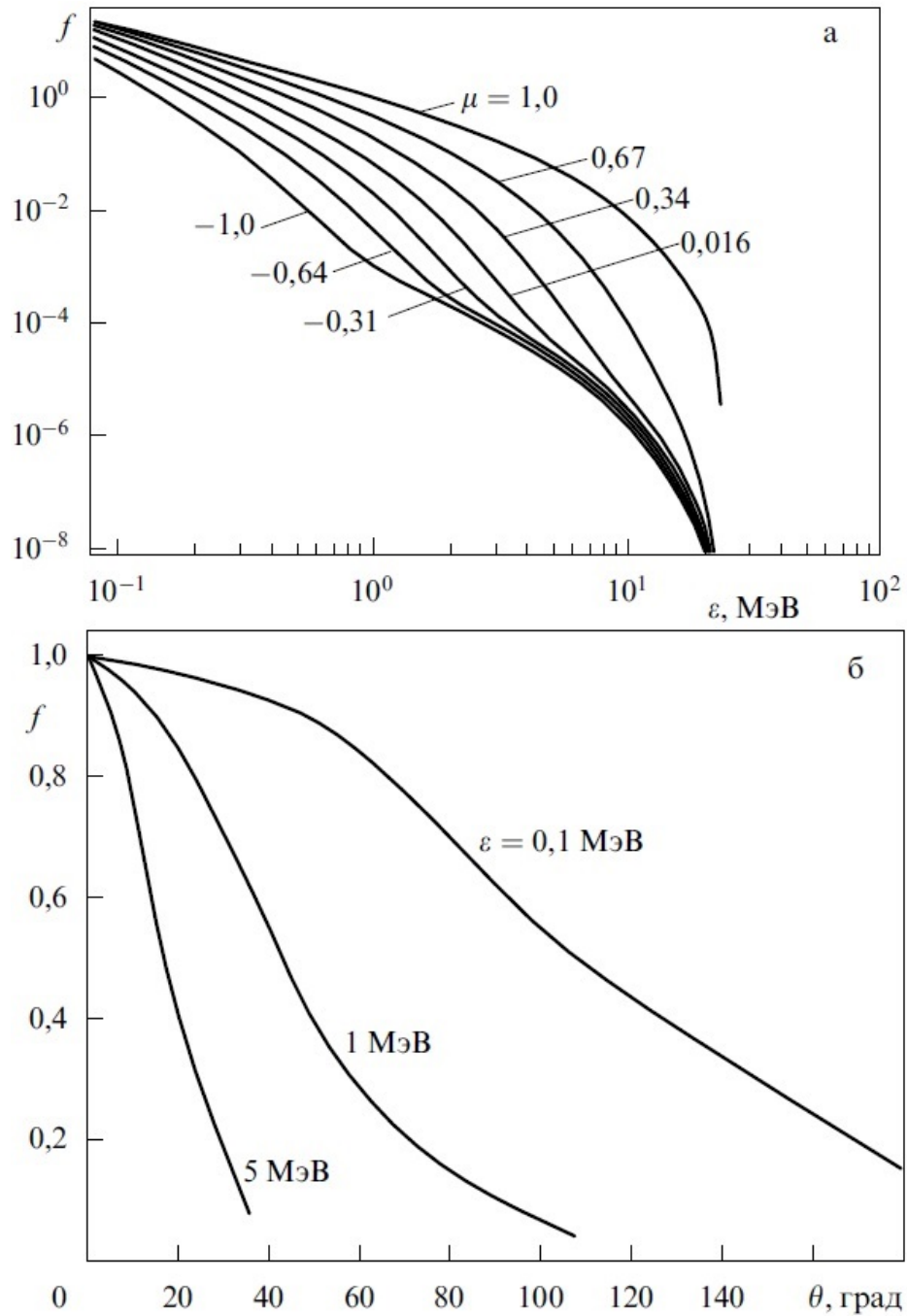


Рисунок 1.2 — Зависимость функции распределения  $f$  для  $E/E_c = 2$  от энергии электрона при различных значениях момента  $\mu$  (а) и от угла  $\theta = \arccos(\mu)$  при различных значениях энергии  $\varepsilon$  [2]



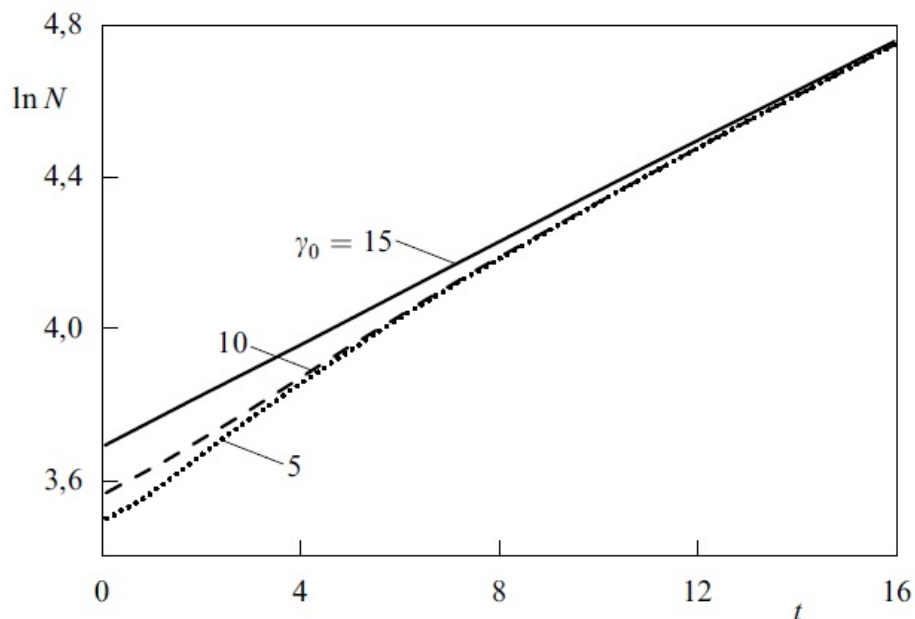


Рисунок 1.3 — Плотность убегающих электронов  $N$  в зависимости от времени при различных значениях начальной энергии пучка  $\gamma$ . Все величины нормированны. В начальный момент времени при любой энергии наблюдается резкий рост, что связано с генерацией медленных электронов

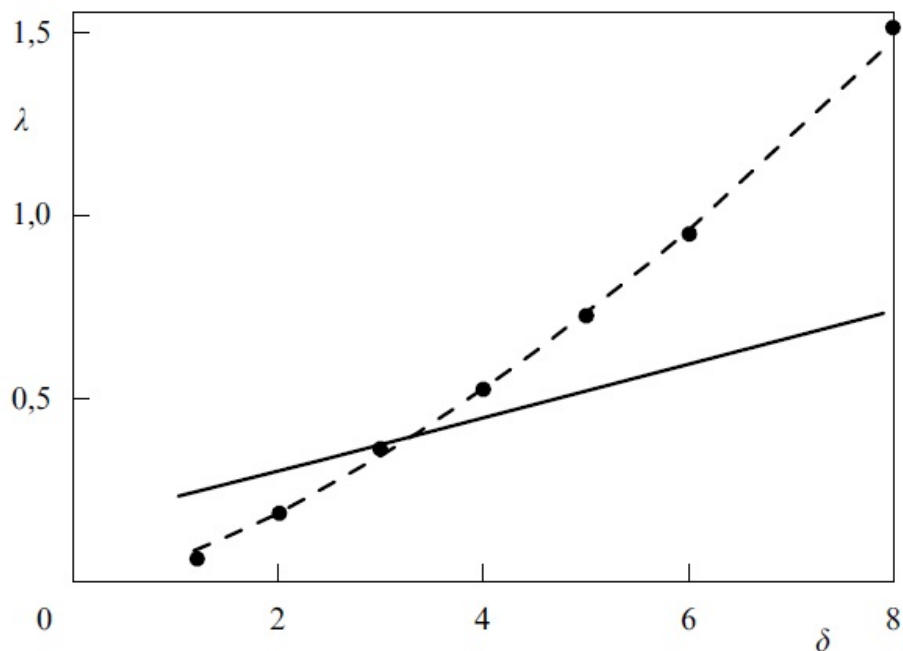


Рисунок 1.4 — Зависимость  $\lambda$  от  $\delta = \frac{E}{E_c}$ : точки - результаты численных расчётов, штриховая линия - аппроксимация, сплошная линия - элементарная теория [2].  $\lambda$  нормирована

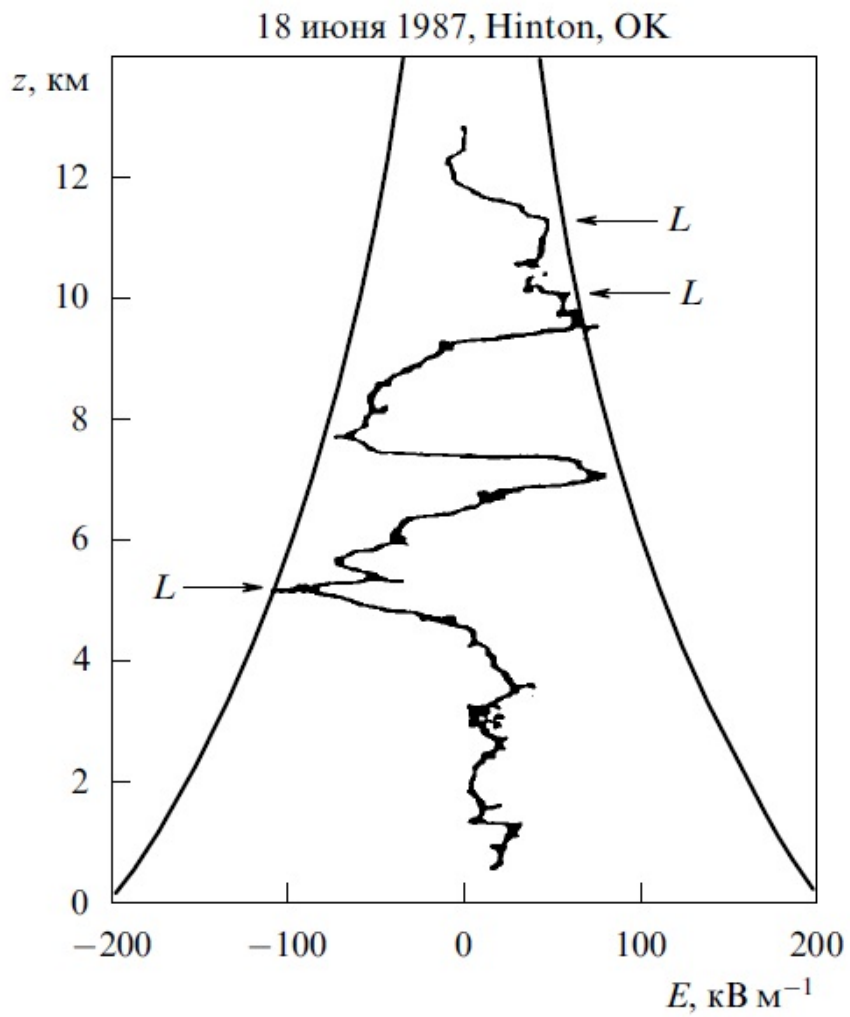


Рисунок 1.5 — Зависимость электрического поля в грозном облаке от высоты, сопоставленная с зависимостью  $E_c(z)$  [2]. Стрелки  $L$  фиксируют молнии

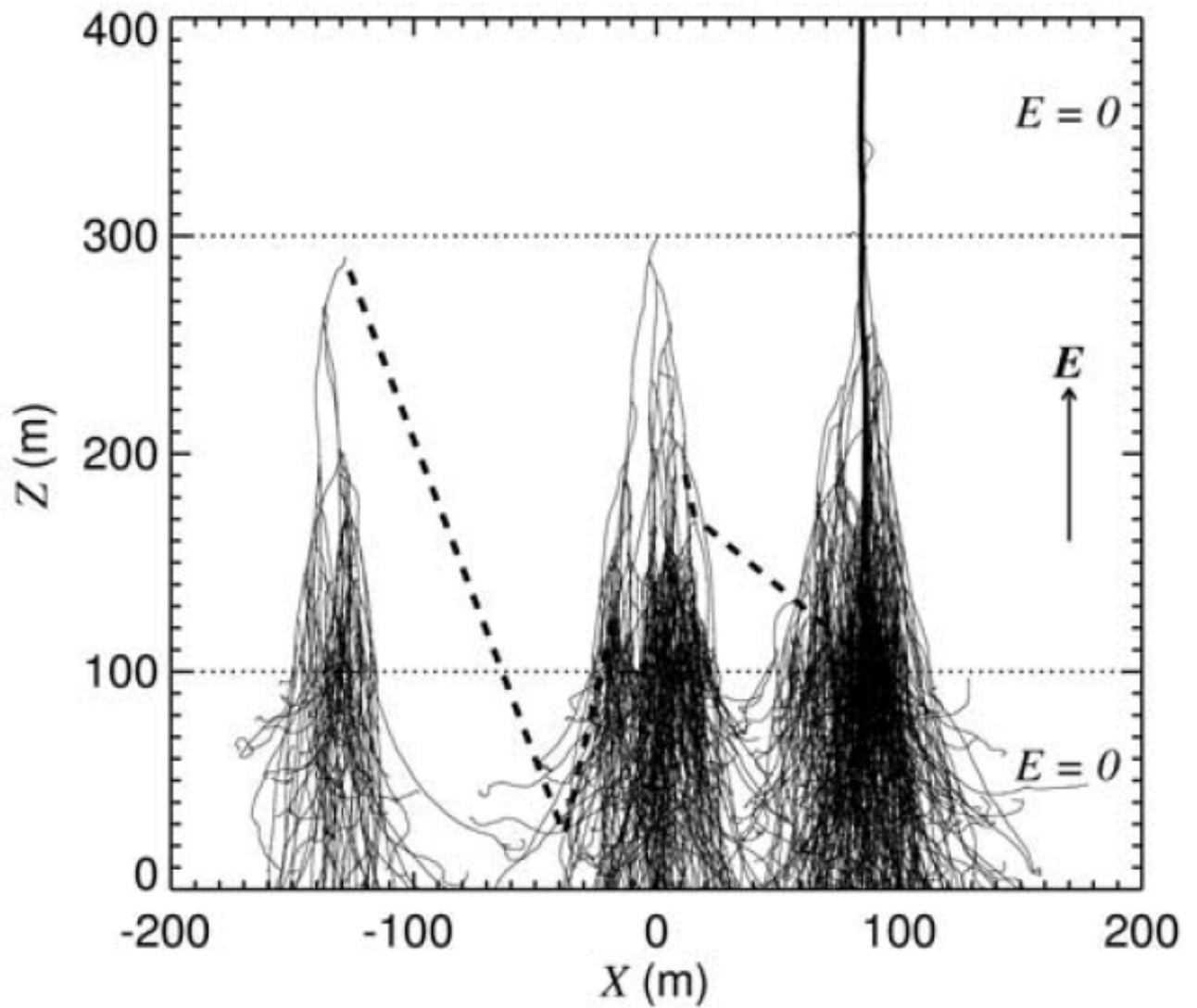


Рисунок 1.6 — Иллюстрация симуляции Дваера [8], который попал в ячейку сверху по середине. Тонкими чёрными линиями обозначены треки электронов, штриховыми - гамма квантов, толстыми чёрными - позитронов.

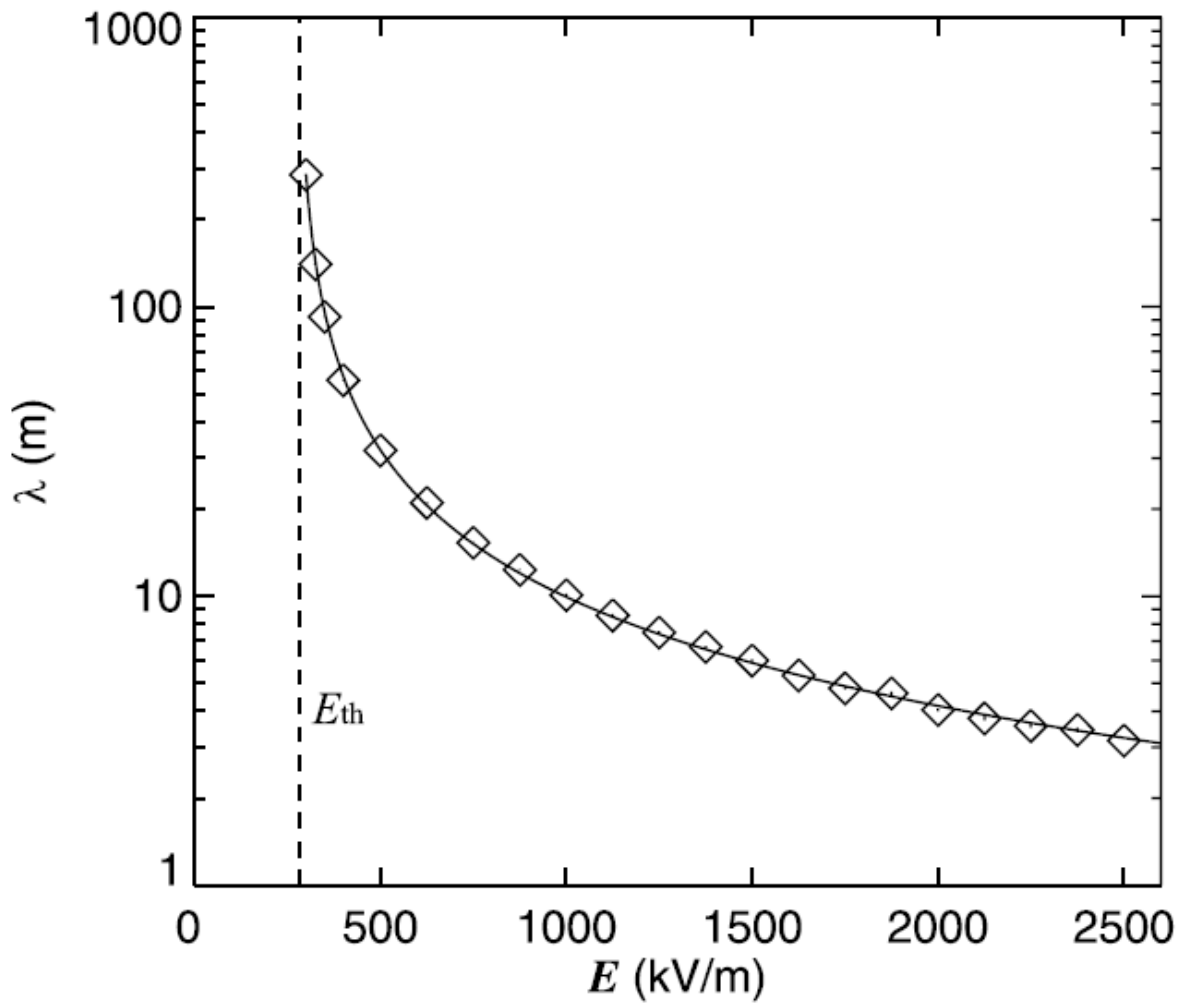


Рисунок 1.7 — Зависимость характерной длины экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов от величины электрического поля, вычисленная в симуляциях Дваера [8]

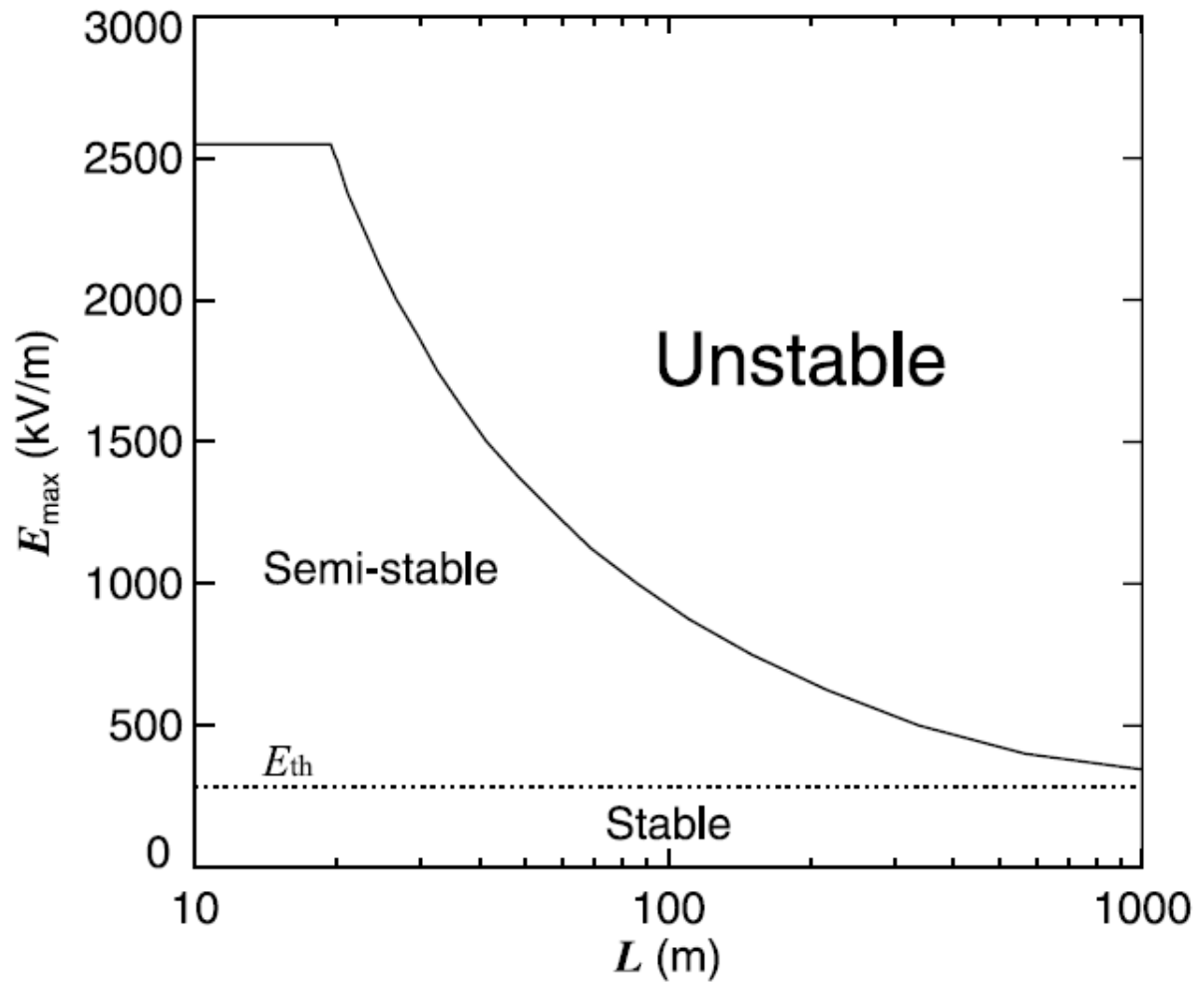


Рисунок 1.8 — Зависимость величины электрического поля, при которой  $\gamma = 1$  от длины области с электрическим полем [8]

## Глава 2. Методология

### 2.1 Инструментарий

Анализ модели Дваера [8] проводился с помощью Geant4 [9]. Geant4 – библиотека на языке программирования C++, разработанная в CERN для моделирования процессов в физике высоких энергий. Эта библиотека моделирует процессы в физике частиц методом Монте-Карло исходя из первых принципов. То есть программа рассчитывает эволюцию системы, рассматривая каждую частицу с высокой энергией отдельно. В Geant4 заложены все известные на сегодняшний день экспериментально подтверждённые процессы в физике элементарных частиц. Такой подход имеет свои плюсы и минусы. Точность вычислений оказывается очень высокой. Однако недостатком является низкая производительность, связанная с расчётом траекторий и реакций всех частиц в системе. Расчёт, связанный с моделью Дваера, не требует сложной геометрии грозового облака, а также в связи с относительно низкой энергией частиц достаточно учёта лишь самых простых процессов электромагнитного взаимодействия.

Для определения, какие процессы физики высоких энергий нужно учитывать в симуляции, в Geant4 существует выбор физического листа [9]. Физический лист – это своего рода список процессов, которые следует учитывать при моделировании. В данной работе был выбран `G4EmStandartPhysics`, который включает в себя нужные процессы и при этом точность вычисления не так высока, что позволяет экономить на времени моделирования, при этом, не сильно портя результат.

### 2.2 Параметры симуляции

Геометрия использовалась аналогичная той, что была в работе Дваера [8]. Рассматривался воздушный параллелепипед с квадратным основанием. Длина параллелепипеда в симуляциях, как правило, была 400 метров, поскольку имен-

но такую длину использовал Дваер. Этот параллелепипед называется ячейкой. Внутри ячейки также включалось однородное электрическое поле. Поля рассматривались в диапазоне от ста киловольт на метр до нескольких сотен киловольт на метр.

### 2.3 Анализ модели Дваера

В рассматриваемой системе есть несколько существенных параметров, от которых зависит её поведение. В первую очередь это электрическое поле. Согласно Гуревичу, от величины электрического поля зависит, какой энергией будут обладать убегающие электроны, а от энергии электронов зависят сечения электромагнитных процессов. Чем больше энергия, тем больше сечение тормозного излучения, а именно тормозное излучение ответственно за возникновение такого эффекта, как позитронная обратная связь Дваера. Это означает, что коэффициент обратной связи должен расти с ростом электрического поля. Другой важный параметр системы – высота ячейки. Чем больше высота, тем больше пробег электронов, а значит, тем больше позитронов рождается. Также для этих позитронов будет больше пространства для разворота в электрическом поле. Таким образом, с ростом размера ячейки также будет увеличиваться коэффициент обратной связи. Наконец, от плотности воздуха внутри ячейки зависят как энергия убегающих электронов, так и вероятность электромагнитных процессов, поскольку пробег частиц в веществе обратно пропорционален концентрации молекул вещества. Поскольку исследуемое явление происходит в грозовых облаках, которые находятся, как правило, на высоте от трёх до десяти километров над уровнем моря, то плотности воздуха следует рассматривать в диапазоне от 0.3 до 0.7 килограмм на метр в кубе. Все эти параметры играют решающую роль в модели Дваера.

Первый вопрос, который возникает при анализе модели Дваера: рождаются ли в такой системе позитроны. Для этого в центр ячейки длиной 400 метров по нормали запускались электроны энергией один МэВ, иллюстрация представлена на рисунке 2.1. Эти электроны за счёт ионизации выбивали из молекул воздуха новые электроны, в результате чего образовывалась электронная лави-

на. Эта лавина за счёт тормозного излучения рождала гамма кванты, которые затем за счёт образования электрон-позитронных пар рождали позитроны.

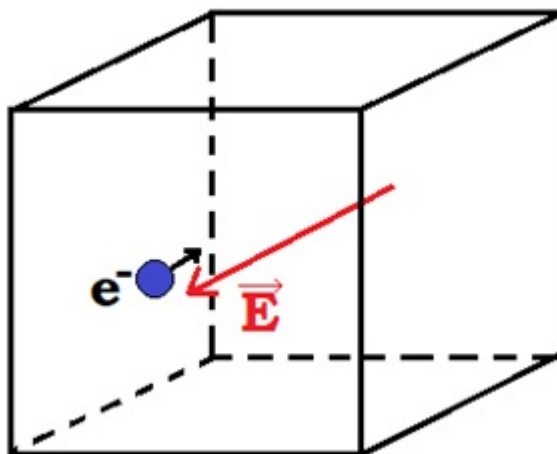


Рисунок 2.1 — Ячейка и первичный электрон

В первой симуляции было получено, сколько позитронов рождается внутри ячейки на один первичный электрон при разных электрических полях. Плотность воздуха в ячейке была порядка 0.5 килограмм на метр в кубе, что соответствует плотности атмосферы на высоте 5-10 километров. На рисунке 2.2 представлен результат моделирования. Из рисунка видно, что на один электрон рождается больше одного позитрона, начиная с поля 250 киловольт на метр. При полях ниже 160 киловольт на метр позитронов практически не рождается. Это фактически задаёт диапазон полей, интересных для анализа Дваеровской обратной связи.

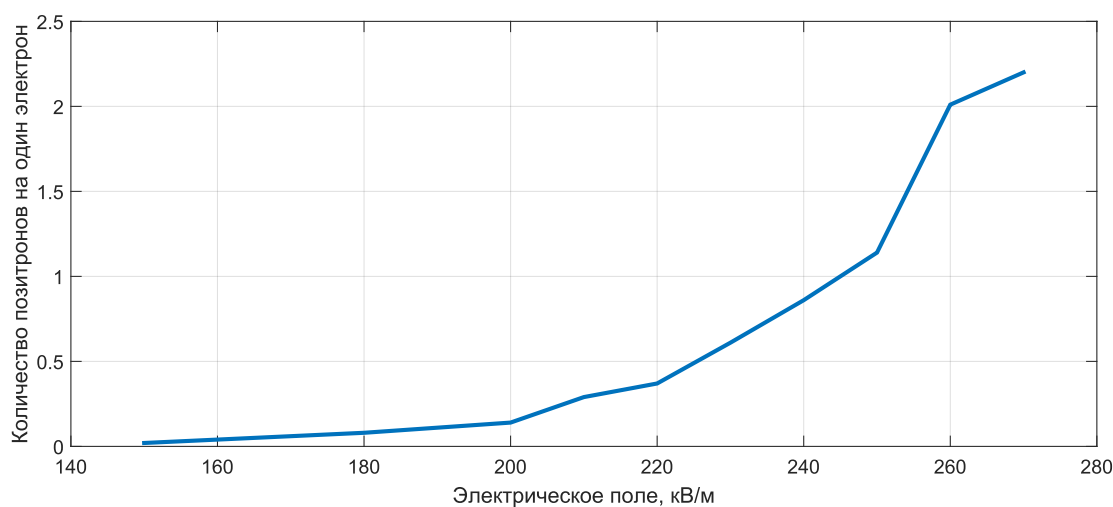


Рисунок 2.2 — Зависимость количества позитронов, рождённых в ячейке на один первичный электрон, от величины электрического поля



В следующей симуляции был рассчитан выход позитронов в зависимости от длины ячейки. Электрическое поле было выбрано 150 киловольт на метр, как среднее поле, которое обычно наблюдается в облаках во время грозы. Плотность воздуха была взята 0.526 килограмм на метр в кубе. Результат моделирования представлен на рисунке 2.3. Из этого рисунка видно, что количество рождённых позитронов экспоненциально зависит от длины ячейки. Однако в природе этот параметр сильно ограничен сверху, поскольку редко в грозовых облаках наблюдаются протяжённые однородные поля с высокой напряжённостью.

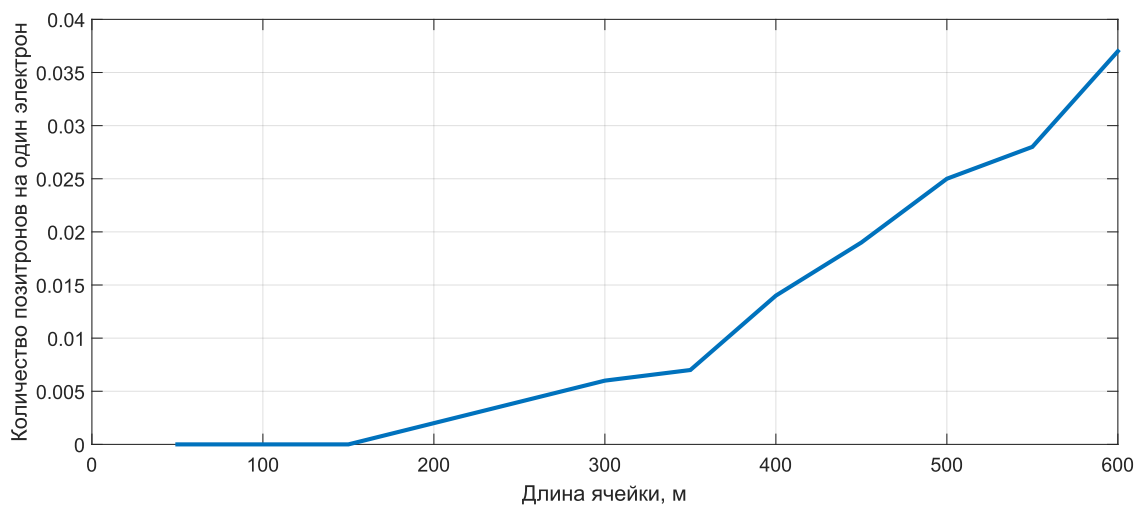


Рисунок 2.3 — Выход позитронов в зависимости от длины ячейки

Вообще говоря, выход позитронов на один первичный электрон также зависит от энергии этого электрона. Конечно, согласно Гуревичу, все убегающие электроны рано или поздно достигают некоторой экстремальной энергии и дальше их энергия практически не меняется. Это связано с тем, что график зависимости потерь электрона от его кинетической энергии напоминает потенциальную яму (рисунок 1.1). С одной стороны, если его энергия будет немного ниже экстремальной, то энергия, получаемая им от электрического поля, превысит энергию потерь на взаимодействие с воздухом, и электрон ускорится. С другой стороны, с ростом энергии электрона резко растут потери на тормозное излучение, поэтому при превышении экстремальной энергии электрон замедлится. Но, несмотря на этот эффект, за счёт процесса перехода электрона в состояние с экстремальной энергией будет рождено разное количество тормозных гамма квантов и ионизационных электронов в зависимости от начальной энергии первичного электрона. А значит, количество позитронов на один первичный электрон зависит от энергии этого электрона.

В следующей симуляции была получена зависимость выхода позитронов от энергии первичных электронов. Ячейка была выбрана длиной 400 метров с электрическим полем 150 киловольт на метр и плотностью воздуха 0.526 килограмм на метр в кубе. Результат представлен на рисунке 2.4. Из рисунка видна некоторая логарифмическая зависимость выхода позитронов от энергии электрона. Дваера рассматривал первичные электроны с энергией 1 МэВ [8]. В данной работе при расчёте коэффициента обратной связи были взяты электроны с энергией 3 МэВ, чтобы немного увеличить количество позитронов.

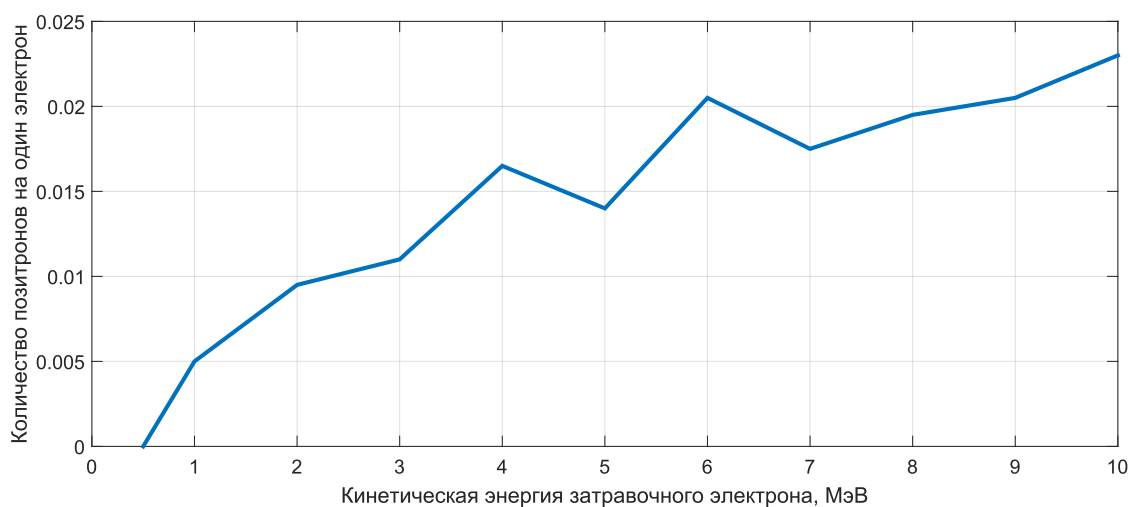


Рисунок 2.4 — Выход позитронов в зависимости о кинетической энергии первичного электрона. Подозрительные пики на энергиях 4 МэВ и 6 МэВ, скорее всего, связаны с недостатком статистики при расчёте

Итак, из первых симуляций видно, что позитроны действительно появляются в грозовых ячейках, хотя в природных условиях их выход на один первичный электрон не так значителен. В природе роль первичных электронов играют атмосферные ливни, рождённые космическими лучами. Однако на основе этих симуляций роль позитронов в распространении электронной лавины пока не ясна.

Рассчитать позитронный коэффициент обратной связи можно несколькими способами. Например, можно в физическом листе в Geant4 отключить процесс рождения электрон-позитронных пар и сравнить количество электронов в лавине на первичный электрон без позитронов и с позитронами. В данной работе был проделан следующий алгоритм. Процесс расчёта был разделён на несколько симуляций. Сначала в ячейку запускались электроны и были получены распределения по энергиям, направлениям движения и координатам рождённых

ных позитронов. Под направлением движения понимается единичный вектор, направление которого совпадает с импульсом позитрона. Затем в другой симуляции внутри ячейки запускались позитроны с параметрами, полученными на предыдущем шаге. Эти позитроны разворачивались в электрическом поле и за счёт ионизации рождали электроны в начале ячейки. Энергии и направления движения этих электронов регистрировались. Далее среди этих электронов были отобраны те, что смогут развернуться в электрическом поле и продолжить движение против поля, создавая новую электронную лавину. Этот шаг необходим, поскольку существенная доля электронов не сможет развернуться и всю свою энергию отдаст на ионизацию. В результате этих расчётов было получено количество вторичных лавин на один первичный электрон, то есть на одну первичную лавину. Это и будет коэффициент обратной связи.

Коэффициент обратной связи был рассчитан для электрических полей в диапазоне от 100 до 200 киловольт на метр. Этот диапазон выбран по нескольким причинам. Во-первых, в грозовых облаках экспериментально наблюдаются поля до 200 киловольт на метр [1] [2] [3]. Во-вторых, в электрических полях до 100 киловольт на метр образуется слишком мало позитронов. Конечно, эта оценка сверху не абсолютна, поскольку методы наблюдения имеют свои погрешности и вполне вероятно, что бывают локальные поля, превышающие это число. Все симуляции из алгоритма действий, описанного выше, проводились для разных полей по отдельности. Длина ячейки была взята 400 метров, так как в статье Дваера рассматривается ячейка длиной 200 метров, а 400 метров - эквивалентный размер в смысле нарастания лавины убегающих электронов при уменьшении плотности воздуха в 2 раза [8] [7].

Регистрация частиц в Geant4 происходила следующим образом. От встроенного в библиотеку класса `G4UserTrackingAction` был наследован класс `TrackingAction`. Внутри этого класса были созданы 2 метода: `PreUserTrackingAction` и `PostUserTrackingAction`. Метод `PreUserTrackingAction` вызывается при рождении новой частицы, а метод `PostUserTrackingAction` вызывается при её уничтожении. Для анализа модели Дваера интересны частицы, рождённые внутри ячейки. Поэтому при регистрации частиц использовался метод `PreUserTrackingAction`. Когда этот метод вызывают, он проверяет, что за частица родилась и какими параметрами

обладает. Если для решения задачи эта частица интересна, то её нужные параметры записываются в выходной файл.

Итак, в первой симуляции были получены энергетические и угловые спектры вторичных позитронов, то есть позитронов, рождённых первичными электронами. Регистрировались только те позитроны, что рождены внутри ячейки. На рисунке 2.5 представлен энергетический спектр вторичных позитронов. На рисунке 2.6 представлен угловой спектр вторичных позитронов. Угол отсчитывается от направления, противоположного полю, то есть по движению первичных электронов. Эти спектры были получены для электрического поля в ячейке 250 киловольт на метр, для длин ячейки 400 метров и для плотности 0.526 килограмм на метр в кубе. Спектры нормированы на количество запущенных первичных электронов. Из рисунков видны некоторые особенности таких позитронов. Их энергия может достигать 20 МэВ, хотя большинство позитронов лежат в диапазоне до 4 МэВ. Также большинство позитронов в момент рождения движутся по направлению движения первичного электрона, то есть против электрического поля. Поскольку позитрон заряжен положительно, то для своего дальнейшего существования в ячейке он должен в этом поле развернуться, однако рождение по полю уменьшает вероятность разворота. Это приводит к уменьшению коэффициента обратной связи. Также следует отметить, что в данной симуляции на 250 первичных электронов появилось 284 позитрона, что характерно для поля 250 киловольт на метр. Однако при более низких полях, как было уже отмечено выше, выход позитронов резко падает.

На следующем этапе каждый позитрон, рождённый в предыдущей симуляции, запускался по несколько раз. Это было сделано с целью увеличения статистики. Также существует альтернативный способ проведения второй симуляции. Можно настроить позитронную пушку так, чтобы она запускала позитроны согласно интерполированному спектру. Но тогда направление движения позитрона и его энергия будут разыгрываться независимо, что приведёт к тому, что нужно дополнительно учитывать корреляцию между энергией позитрона в момент его рождения, его направлением движения и его координатой. В этом смысле проще и корректнее было запускать позитроны именно с теми параметрами, с которыми они были рождены. На рисунке 2.7 представлено энергетическое распределение электронов, рождённых позитронами. На рисунке 2.8 представлено угловое распределение этих электронов. Угол отсчитывается от

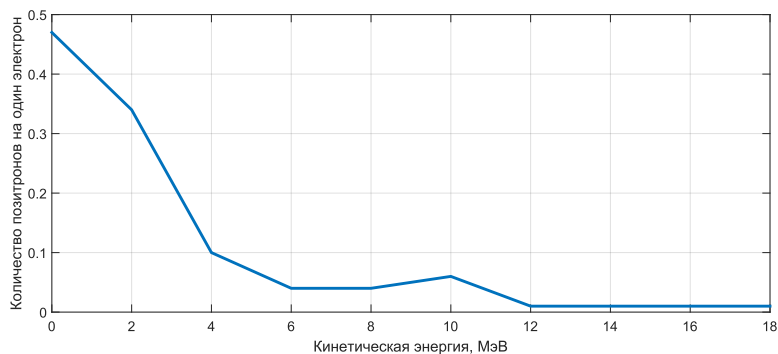


Рисунок 2.5 — Энергетическое распределение позитронов, рождённых первичными электронами

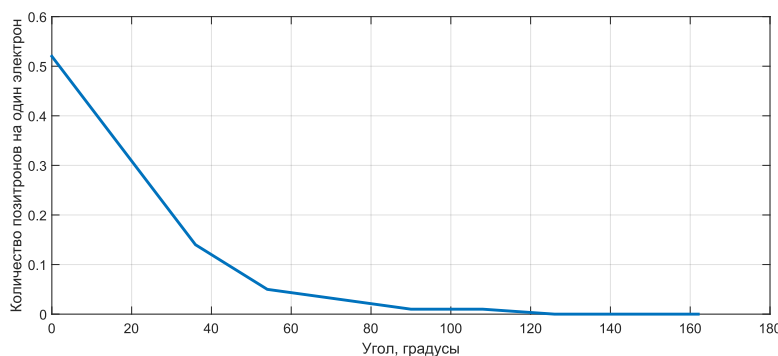


Рисунок 2.6 — Угловое распределение позитронов, рождённых первичными электронами. Угол отсчитывается от направления движения первичного электрона.

направления электрического поля. Спектры нормированы на количество позитронов, запущенных во второй симуляции. Здесь регистрировались электроны с кинетической энергией, превышающей 0.5 МэВ. Рисунки представлены для тех же условий, при которых были получены рисунки, иллюстрирующие первую симуляцию. Из спектра электронов видно, что их энергия ниже 2 МэВ и рождаются они практически по полю. Это приводит к тому, что лишь немногие из этих электронов смогут образовать вторичную электронную лавину. Также интересно отметить, как выглядит угловой спектр электронов, если не ограничивать их энергию снизу при регистрации. Он представлен на рисунке 2.9. График имеет выраженный пик на 90 градусов. Это связано с тем, что позитрон рождается против поля, затем за счёт ионизации выбивает электроны в процессе своего разворота. То есть сначала позитрон излучает электроны против поля, потом разворачивается и излучает по полю, а пик получается в процессе разворота. Однако существенным в данной задаче является именно рисунок 2.7.

Наконец, среди электронов, полученных во второй симуляции, следует отобрать те, что способны породить вторичную лавину. В данной работе на электроны были наложены несколько условий. Во-первых, их кинетическая энергия должна превышать 0.5 МэВ, чтобы они были убегающими. Во-вторых, они должны быть рождены внутри ячейки, поскольку вне ячейки нет поля, а значит, что электроны быстро вне ячейки останавливаются, не порождая вторичную лавину. В-третьих, электроны должны развернуться против электрического поля, чтобы родить вторичную лавину.

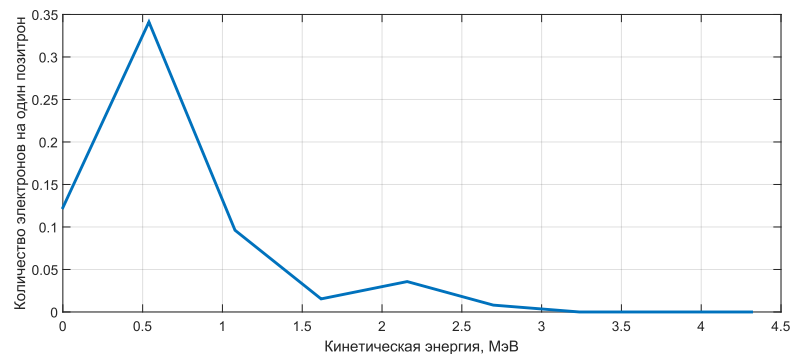


Рисунок 2.7 — Энергетический спектр электронов, рождённых позитронами

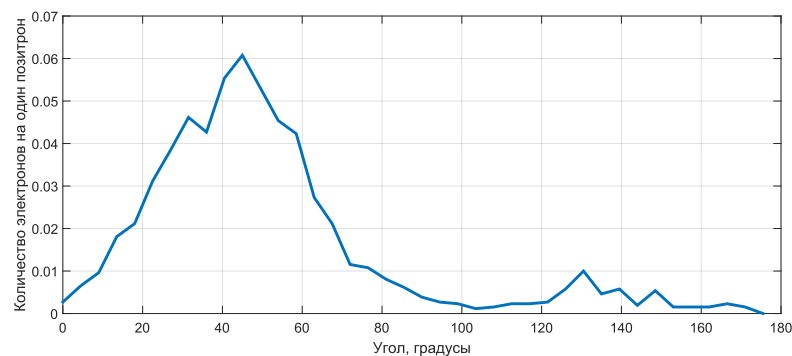


Рисунок 2.8 — Угловой спектр убегающих электронов, рождённых позитронами. Угол отсчитывается от направления электрического поля

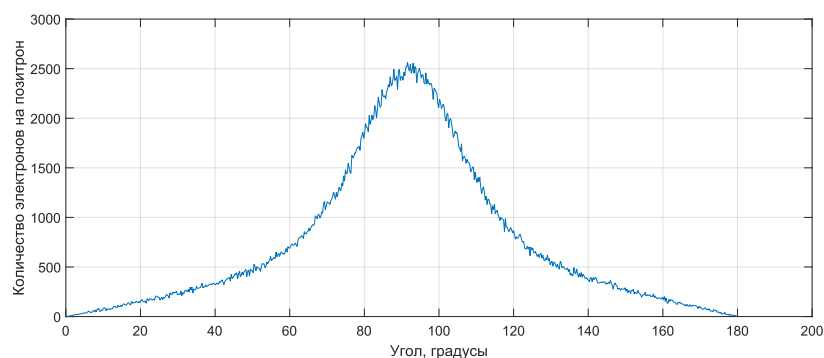


Рисунок 2.9 — Угловой спектр всех электронов, рождённых позитронами.

Угол отсчитывается от направления электрического поля

## 2.4 Задача о развороте электрона

### 2.4.1 Постановка задачи

Для проверки третьего условия образования лавины была рассмотрена отдельная задача о развороте электрона. Она была сформулирована следующим образом: в однородном электрическом поле в воздухе рождается электрон с некоторой кинетической энергией и с импульсом, направленным под некоторым углом относительно электрического поля. Следовало определить, как зависит минимальный угол, при котором электрон сможет развернуться и продолжить движение против поля, от его начальной кинетической энергии. На рисунке 2.10 представлена иллюстрация к условию этой задачи.

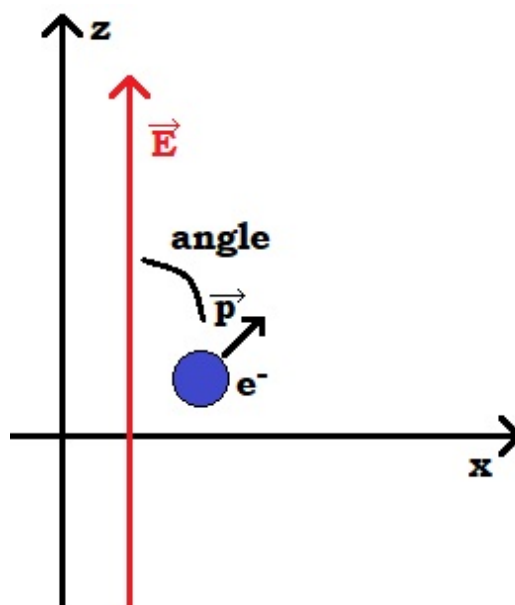


Рисунок 2.10 — Электрон в однородном электрическом поле

Задача аналогична задаче о движении точечного баллистического снаряда. Электрон можно рассмотреть как шарик, движущийся в однородном электрическом поле, на который действует сила "трения" о воздух. Принципиальное отличие от задачи о баллистической траектории отличается лишь, во-первых, в том, как сила "трения" зависит от энергии электрона, и, во-вторых, в том, что электрон, в отличие от обыкновенного шарика, релятивистский.

В результате решения этой задачи была получена зависимость минимального угла разворота электрона от его начальной кинетической энергии в ячейках с различными электрическими полями.

### 2.4.2 Счётная схема

Движение электрона рассчитывалось с шагом по его кинетической энергии, которая постоянно уменьшается для электронов, у которых начальный угол меньше минимально необходимого для разворота. Такой выбор сетки гарантирует плавное изменение параметров электрона во время разворота. Движение электрона происходит в плоскости  $(x, z)$ . Расчёт проводился в системе СИ, при этом физические величины были обезразмерены.

В начале шага известен импульс электрона. При этом скорость электрона и его кинетическая энергия выражаются через его импульс следующим образом:

$$v^2 = \left(\frac{p}{mc^2}\right)^2 \cdot \frac{c^2}{1 + \left(\frac{p}{mc^2}\right)^2} \quad (2.1)$$

$$\frac{K}{mc^2} = \sqrt{\left(\frac{p}{mc^2}\right)^2 + 1} - 1 \quad (2.2)$$

На каждом шаге у электрона меняется импульс, приращение которого по координатам  $x$  и  $z$  вычисляется через шаг по энергии. Приращение импульса из второго закона Ньютона равно суперпозиции сил, действующих на электрон, умноженной на шаг по времени 2.3, который также выражается через приращение энергии 2.4:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_\Sigma \cdot \Delta t \quad (2.3)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta K}{\vec{F} \cdot \vec{v}} = \frac{|\Delta K|}{|\vec{F} \cdot \vec{v}|}, \quad \Delta t > 0 \quad (2.4)$$

Соотношение 2.4 следует из того, что работа равнодействующей силы идёт на изменение кинетической энергии электрона.



На электрон действуют две силы: сила взаимодействия электрона с электрическим полем, направленная против оси z, и сила "трения" электрона о воздух, направленная против импульса электрона. В силу того, что энергия электрона достаточно мала, то потерями на тормозное излучение можно пренебречь, а значит сила "трения" по модулю равна ионизационным потерям электрона, которые вычисляются по известной формуле Бете:

$$F_{ion.} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{ion.} = -\frac{2\pi}{\beta^2} n_e r_0^2 m c^2 \times \left[ \ln \left( \frac{m c^2 K}{I^2} \frac{\beta^2}{2(1-\beta^2)} \right) - \left( 2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2 \right) \ln 2 + 1 - \beta^2 \right] \quad (2.5)$$

Здесь  $m$  - масса электрона,  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $n_e = N_A \frac{Z}{A} \rho$  - концентрация электронов в воздухе,  $I = 13.5 \text{ Z}$  эВ - средний ионизационный потенциал,  $r_0 = \frac{e^2}{m c^2} = 2.818 \cdot 10^{-11} \text{ см}$  - классический радиус электрона. Скорость и кинетическая энергия вычисляются по формулам 2.1 и 2.2 в начале шага.

Таким образом, приращение импульса рассчитывается по следующим формулам:

$$\Delta p_z = (-F_{ion.} \cos \alpha - e E_z) \cdot \Delta t \quad (2.6)$$

$$\Delta p_x = -F_{ion.} \sin \alpha \cdot \Delta t \quad (2.7)$$

Здесь  $\alpha = \frac{p_z}{p}$  - угол между импульсом электрона и осью z, а  $E_z$  - электрическое поле.

Перемещение электрона вдоль оси z на текущем шаге выражается также через характеристики электрона в начале шага:

$$\Delta z = v \cdot \cos \alpha \cdot \Delta t \quad (2.8)$$

Итак, на каждом шаге по энергии вычисляется новый импульс электрона и его смещение вдоль оси z.

### 2.4.3 Методика расчёта угла разворота

Расчёт минимального угла разворота проводился следующим образом. Сначала фиксировались начальная кинетическая энергия электрона и электрическое поле. Затем электроны запускались в точке  $(x, z) = (0, 0)$  под разными углами относительно оси  $z$  с шагом в 5 градусов, начиная с угла в 5 градусов. В таких условиях электрон может либо замедлиться до сверхнизких энергий, что эквивалентно его остановке, либо развернуться. Угол поднимался до тех пор, пока электрон не развернётся. Таким образом рассчитывался угол разворота электрона для данной начальной кинетической энергии и данного электрического поля.

Критерий остановки электрона простой: если его кинетическая энергия становится ниже 1 кэВ, то он уже не интересен с точки зрения образования электронной лавины. Для не разворачивающихся электронов остановка происходит до того, как их координата  $z$  снова станет равной 0.

Если электрон достигает координаты  $z = 0$ , то он становится кандидатом на развернувшийся электрон. Однако, с точки зрения образования вторичной лавины, его энергия должна быть не меньше энергии убегания. Поэтому электрон считается развернувшимся, если при достижении  $z = 0$  его кинетическая энергия превышает энергию убегания, равную, согласно Гуревичу:

$$K_{runaway} = \frac{mc^2 E_{critical}}{2 E_z} \quad (2.9)$$

$$E_{critical} = 11 \cdot \frac{4\pi n Z e^3}{mc^2} \quad (2.10)$$

Здесь  $E_{critical}$  - критическое электрическое поле,  $n$  - концентрация воздуха.

Таким образом вычисляется минимальный угол разворота электрона с точностью до 5 градусов.

### 2.4.4 Результаты расчёта

На рисунке 2.11 представлены результаты расчёта. Расчёт был проведён при различных электрических полях, рассматриваемых при анализе модели Дваера. Все электроны, которые находятся выше графика, не смогут породить вторичную лавину. Условие на разворот электрона уменьшает коэффициент позитронной обратной связи примерно на порядок (рисунок 2.12).

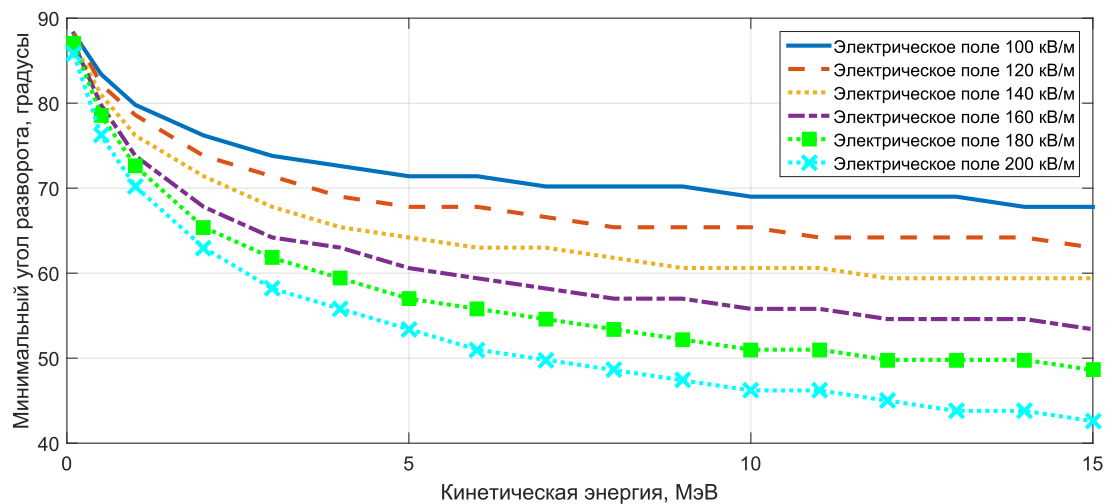


Рисунок 2.11 — Зависимость минимального угла разворота электрона от его начальной кинетической энергии для разных электрических полей

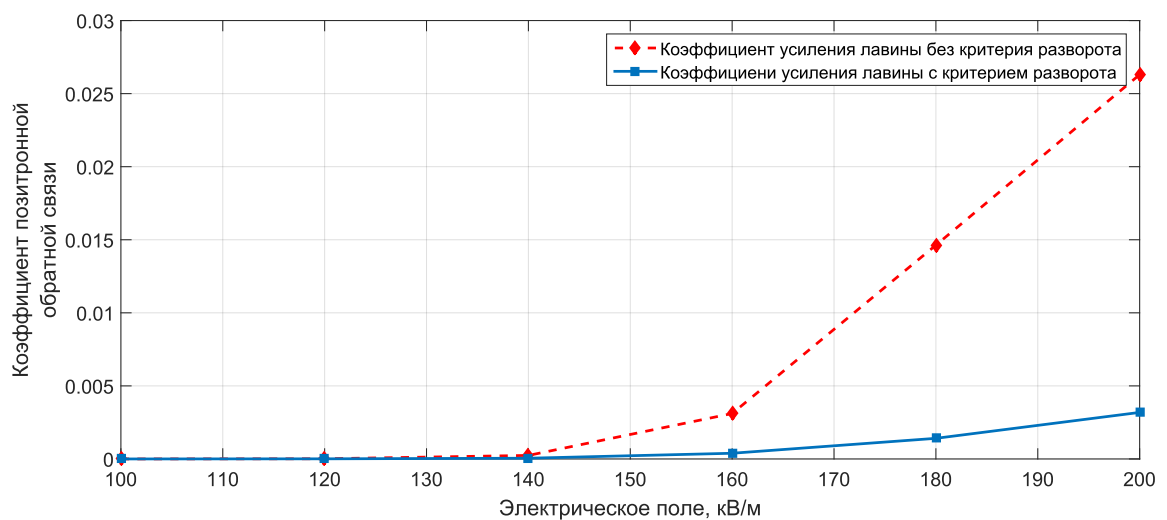


Рисунок 2.12 — Влияние критерия разворота на расчёт коэффициента обратной связи

## 2.5 Расчёт коэффициента обратной связи

Таким образом, коэффициент обратной связи в модели Дваера был рассчитан по следующему алгоритму:

1. При разных электрических полях были запущены в ячейку электроны. Были сохранены в текстовые файлы координаты вдоль оси Z, направления движения и энергии позитронов при их рождении. Отсеивались позитроны, которые рождались за пределами ячейки.
2. При соответствующих полях были запущены позитроны с сохранёнными начальными параметрами. В новые файлы были записаны параметры родившихся электронов. При этом были отсеяны электроны, энергия которых была меньше 0.5 МэВ. Также были отсеяны электроны, которых породили не позитроны.
3. Среди полученных электронов отбирались те, которые родились внутри ячейки и удовлетворяли условию разворота.
4. Количество отобранных для каждого поля электронов делилось на количество позитронов, запущенных во второй симуляции. Полученное число домножалось на отношение количества позитронов, полученного в первой симуляции, к количеству первичных электронов:

$$GainCoefficient = \frac{PositronsAmount}{SimulatedPrimaryElectronsAmount} \times \frac{BackAvalanchesAmount}{SimulatedPositronsAmount} \quad (2.11)$$

### Глава 3. Результаты

Для анализа модели Дваера был вычислен коэффициент позитронной обратной связи. Этот коэффициент равен количеству вторичных электронных лавин рождённых первичной лавиной за счёт позитронной обратной связи Дваера. Этот коэффициент показывает, насколько сильно позитронная обратная связь влияет на динамику электронных лавин. На рисунке 3.1 представлена зависимость позитронного коэффициента обратной связи от величины электрического поля в ячейке. Из рисунка видно, что в ячейке длиной 400 метров с электрическим полем меньше, чем 200 киловольт на метр, с плотностью воздуха в 2 раза меньшей, чем при нормальных условиях коэффициент позитронной обратной связи меньше, чем  $10^{-2}$ . Это означает, что на 100 электронных лавин рождается не более одной вторичной электронной лавины за счёт позитронной обратной связи.

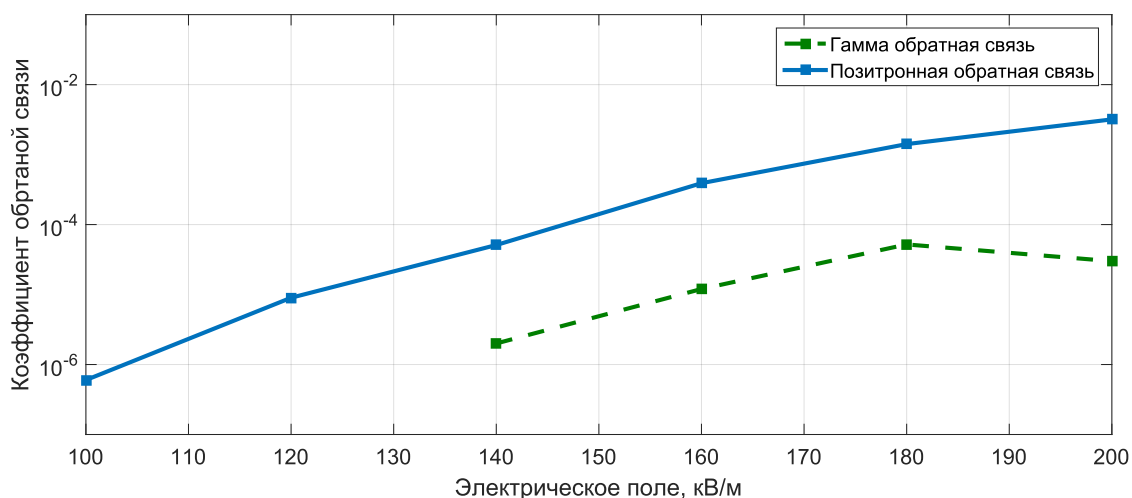


Рисунок 3.1 — Коэффициент позитронной и гамма обратной связи в зависимости от величины электрического поля в ячейке

Также был вычислен коэффициент гамма обратной связи, который равен количеству вторичных электронных лавин рождённых первичной лавиной за счёт гамма обратной связи. На рисунке 3.1 представлена зависимость коэффициента гамма обратной связи от величины электрического поля в ячейке в сравнении с коэффициентом позитронной обратной связи. Из рисунка видно, что гамма обратная связь происходит минимум на 2 порядка реже, чем позитронная. Следует отметить, что в поле 200 киловольт на метр наблюдается

спад величины этого коэффициента. Физически это может быть связано с тем, что в больших полях рождаются гамма более высокой энергии, что приводит к большей длине свободного пробега, а значит к меньшей вероятности рождения вторичной лавины именно внутри ячейки.

Таким образом, в рассмотренных условиях механизм обратной связи Дваера даёт незначительный вклад в динамику электронных лавин. Следует отметить, что в рассмотренных Дваером условиях [8] действительно этот механизм приводит к бесконечному усилению электронных лавин. Данный сильный спад коэффициента обратной связи связан с несколькими факторами. Во-первых, в рассмотренных в данной дипломной работе электрическое поле в ячейке примерно на порядок меньше, чем поле, рассмотренное Дваером. Следовательно, энергия убегающих электронов уменьшается, а характерная длина экспоненциального нарастания лавины увеличивается [2]. Поэтому количество излучаемых лавиной гамма квантов падает, а также падает их энергия. Это приводит к уменьшению числа позитронов. Во-вторых, плотность воздуха в данной дипломной работе была взята в 2 раза меньше, чем в работе Дваера. Отсюда следует, что длина свободного пробега частиц растёт. Следовательно, также растёт характерная длина экспоненциального нарастания лавины, что приводит к меньшему количеству гамма квантов в следствие меньшего количества электронов. Вдобавок, вероятность взаимодействия гамма квантов с воздухом внутри ячейки падает. Поэтому в условиях, экспериментально наблюдаемых в грозовых облаках, коэффициент обратной связи Дваера падает до полученных в данной дипломной работе значений.

## Заключение

Целью работы было проверить, как работает механизм Дваера [8] усиления релятивистской электронной лавины в условиях, экспериментально наблюдаемых в грозовых облаках. Был вычислен коэффициент позитронной обратной связи, который равен количеству вторичных электронных лавин рождённых первичной лавиной за счёт позитронной обратной связи. Коэффициент был вычислен для ячейки длиной 400 метров, с плотностью воздуха 0.5 килограмм на метр в кубе с электрическими полями в диапазоне от 100 до 200 киловольт на метр. Плотность воздуха соответствует плотности атмосферы на высоте образования облаков: 5-8 километров. Электрические поля соответствуют наблюдаемым в грозовых облаках в экспериментах [1] [2] [3]. Длина ячейки была взята 400 метров, так как в статье Дваера рассматривается ячейка длиной 200 метров, а 400 метров - эквивалентный размер в смысле нарастания лавины убегающих электронов при уменьшении плотности воздуха в 2 раза [8]. Вычисления были проведены с помощью Geant4 [9]. Оказалось, что в таких условиях коэффициент позитронной обратной связи меньше  $10^{-2}$ . Это означает, что на 100 электронных лавин рождается не более одной вторичной электронной лавины за счёт позитронной обратной связи. Также было получено, что коэффициент гамма обратной связи ещё как минимум на порядок меньше позитронного.

На основе этих результатов можно предположить, что в грозовых облаках механизм обратной связи Дваера реализуется слишком слабо, чтобы существенно влиять на динамику электронных лавин. Однако экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в грозовых облаках реализуется некоторый механизм обратной связи. Поэтому возможным путём продолжения исследований в данной области является поиск новых механизмов усиления электронных лавин.

*Настоящая работа выполнена в группе методики ядерно-физических экспериментов при ИЯИ РАН и МФТИ. Автор благодарит своего научного руководителя Нозика А. А. за постановку задачи и методические рекомендации, оказанные в ходе выполнения работы. Автор благодарен Зелёному М. Е. за ценные советы по работе с Geant4 и поддержку. Автор выражает личную благодарность Долгоносову М. С.*

## Список литературы

1. Electric field structure in an active part of a small, isolated thundercloud // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. — Vol. 86, no. C2. — Pp. 1187–1193. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JC086iC02p01187>.
2. *Gurevich Aleksandr V, Zybin Kirill P.* Runaway breakdown and electric discharges in thunderstorms // *Physics-Uspexhi*. — 2001. — Vol. 44, no. 11. — P. 1119. — URL: <http://stacks.iop.org/1063-7869/44/i=11/a=R02>.
3. *P. Winn William, B. Moore C.* Electric field measurements in thunderclouds using instrumented rockets // *Journal of Geophysical Research*. — Vol. 76, no. 21. — Pp. 5003–5017. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JC076i021p05003>.
4. *Chilingarian Ashot, Mailyan Bagrat, Vanyan Levon.* Recovering of the energy spectra of electrons and gamma rays coming from the thunderclouds // *Atmospheric Research*. — 2012. — Vol. 114-115. — Pp. 1 – 16. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169809512001378>.
5. Terrestrial Gamma-Ray Flashes Observed up to 20 MeV / David M. Smith, Liliana I. Lopez, R. P. Lin, Christopher P. Barrington-Leigh // *Science*. — 2005. — Vol. 307, no. 5712. — Pp. 1085–1088. — URL: <http://science.sciencemag.org/content/307/5712/1085>.
6. First results on terrestrial gamma ray flashes from the Fermi Gamma-ray Burst Monitor / Briggs M. S., Fishman G. J., Connaughton V. et al. // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. — Vol. 115, no. A7. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2009JA015242>.
7. *Gurevich A.V., Milikh G.M., Roussel-Dupre R.* Runaway electron mechanism of air breakdown and preconditioning during a thunderstorm // *Physics Letters A*. — 1992. — Vol. 165, no. 5. — Pp. 463 – 468. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037596019290348P>.



8. *R. Dwyer J.* A fundamental limit on electric fields in air // *Geophysical Research Letters*. — Vol. 30, no. 20. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2003GL017781>.
9. Geant4—a simulation toolkit / S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako et al. // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2003. — Vol. 506, no. 3. — Pp. 250 – 303. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900203013688>.
10. *Dwyer Joseph R., Liu Ningyu, Rassoul Hamid K.* Properties of the thundercloud discharges responsible for terrestrial gamma-ray flashes // *Geophysical Research Letters*. — 2013. — Vol. 40, no. 15. — Pp. 4067–4073.
11. *Dwyer Joseph R., Babich Leonid P.* Low-energy electron production by relativistic runaway electron avalanches in air // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. — 2011. — Vol. 116, no. 9. — Pp. 1–14.