

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Московский физико-технический институт (государственный  
университет)

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики  
Факультет проблем физики и энергетики  
Кафедра фундаментальных взаимодействий и космологии

Выпускная квалификационная работа бакалавра по направлению 03.03.01  
«Прикладные математика и физика»

## Испарение электронов из магнитной ловушки на установке “Троицк ню-масс”

Выполнил студент 483 группы  
Комольцев О. Г.

Научный руководитель  
Нозик А. А.

Долгопрудный  
2020

---

# Содержание

Вступление . . . . .	2
Установка “Троицк ню-масс” . . . . .	4
Спектр электронов на установке “Троицк ню-масс” . . . . .	6
Механизм запираания электронов . . . . .	10
Упругое рассеяние . . . . .	13
Неупругое рассеяние . . . . .	15
Моделирование . . . . .	16
Сравнение с точным трекингом . . . . .	18
Результаты симуляции . . . . .	20
Энергетическая зависимость константы запираания . . . . .	23
Влияние на поиск стерильных нейтрино . . . . .	24
Заключение . . . . .	26
Список литературы . . . . .	26

# Вступление

За последние два десятка лет стала очевидна необходимость расширения Стандартной модели физики элементарных частиц. Основной мотивацией стало экспериментальное подтверждение осцилляций нейтрино - самопроизвольного перехода между различными флейворами: электронным, мюонным и тау-нейтрино. В 1999 году эксперимент "Super-Kamiokande" обнаружил убедительные доказательства существования осцилляций солнечных нейтрино [1]. Для проверки осцилляций был проведен эксперимент "K2K" который использовал "Super-Kamiokande" как дальний детектор нейтрино [2]. "K2K" даёт первое прямое подтверждение осцилляций нейтрино при конфигурации, где источник и детектор находится под наблюдением. В последствие осцилляции также были подтверждены нейтринной обсерваторией в Sudbury [3], радиохимическим экспериментом Chlorine [4], GALLEX/GNO [9], SAGE [10], OPERA [18] и MINOS [19].

Существование осцилляций прямым образом указывает на положительность массы нейтрино, то есть на наличие трёх собственных массовых состояний активных нейтрино. Однако, существует несколько фактов, указывающих на существование еще по крайней мере одного массового состояния - стерильного нейтрино [5] (не участвующего ни в одном из фундаментальных взаимодействий Стандартной модели). Концепция стерильного нейтрино является наиболее популярным объяснением механизма генерации массы нейтрино, не требующим кардинального пересмотра стандартной модели. Популярность обоснована тем, что модель является довольно "экономным" расширением СМ: необходимо ввести всего два новых фермиона майрановского типа для объяснения экспериментальных данных по наблюдению осцилляций. К тому же ни одной столь же привлекательной альтернативы не появилось за двадцать лет с момента обнаружения осцилляций нейтрино. Дополнительной мотивацией поиска для стерильных нейтрино является существование темной материи, так как они являются одним из главных кандидатов на роль частицы темной материи.

На сегодняшний день существует две больших группы экспериментов по поиску стерильного нейтрино: астрофизические и лабораторные. К первым относятся эксперименты по прямому обнаружению частиц темной материи, присутствующих в нашей галактике с использованием крупномасштабных детекторов [6]. Ко второму типу относятся лабораторные измерения: исследование кинематики  $\beta$ -распада ("Троицк ню-масс", KATRIN [7]), спектра электронного захвата  $^{63}\text{Ni}$  (ECHo [8]), а также

ускорительные эксперименты по поиску тяжелых нейтрино в распадах каонов [11].

В эксперименте “Троицк ню-масс” изучается спектр электронов в  $\beta$ -распаде трития. Изначально эксперимент был спроектирован для поиска массы электронного нейтрино. Результатом стало лучшее в мире прямое ограничение:  $m_\nu < 2.05$  eV ([12]). Впоследствии эксперимент был переориентирован на поиск стерильных нейтрино в диапазоне масс до 4-6 КэВ. Такой диапазон масс представляет теплую темную материю, которая интересна с космологической точки зрения [5].

Теоретический  $\beta$ -спектр распада трития показан на рис. 3, из которого видно как существование стерильного нейтрино влияет на форму спектра. Анализ такого спектра является главной задачей эксперимента “Троицк ню-масс”. Основной сложностью оказывается обработка результатов, так как любое незначительное отклонение формы спектра от теоретического может сильно исказить результат. Такое искажение происходит по причине, что измеряемая величина очень мала и требует учёта поправок на масштабе единиц и десятков эВ [12]. Особенно важным оказался учёт трепинг эффекта, точный расчет которого и является целью данной работы.

# Установка “Троицк ню-масс”

Схема установка “Троицк ню-масс” показана на рис. 1. Основными элементами установки являются газовый источник и интегральный спектрометр. Электрон и антинейтрино рождаются в ходе  $\beta$ -распада трития в источнике, который представляет собой трубу длиной 3 м и диаметром 5 см. Источник находится внутри криостата со сверхпроводящими магнитами, которые образуют магнитную ловушку. Схематичное изображение силовых линий показано на рис. 2, значение поля в центре равно 0.6 Тл, в транспортных каналах 3.6 Тл, а в области пинча достигает 7.2 Тл. Так как магнитное поле слабо неоднородно, то сохраняется адиабатический инвариант:

$$\mu = \frac{-mv_{\perp}^2}{2B} = const$$

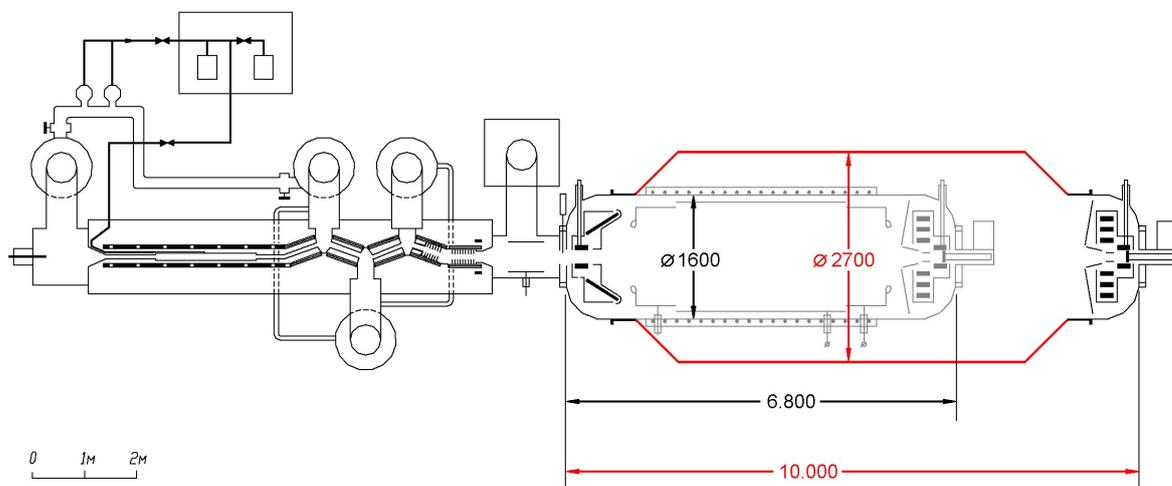


Рис. 1. Установка “Троицк ню-масс”

Далее с помощью системы магнитной транспортировки электроны доставляются в спектрометр, поле в центре которого очень мало по сравнению с полем в источнике. Так как при движении в магнитном поле не меняется полная энергия частиц и сохраняется инвариант  $\mu$ , то в спектрометре электроны летят почти параллельно оси спектрометра, т.е. отсутствует поперечная компонента скорости. На этом участке спектрометра подается запирающее напряжение, которое пропускает к детектору только электроны с энергией выше запирающего потенциала. С помощью варьирования запирающего напряжения можно получить интегральный спектр  $\beta$ -распада.

При этом детектор работает только в режиме счета, а его энергетическое разрешение используется для подавления фона.

Основной опасностью при использовании газового источника является попадание трития в спектрометр, поскольку при этом тритий создает крайне трудно устранимый фон. Чтобы этого не произошло впрыскиваемый тритий полностью перехватывается откачкой между источником и спектрометром. Откачка осуществляется в несколько этапов при помощи ртутных диффузионных насосов, магниторазрядного насоса и криогенной ловушки. Вакуум в спектрометре должен поддерживаться на уровне  $10^{-8} - 10^{-9}$  мбар.

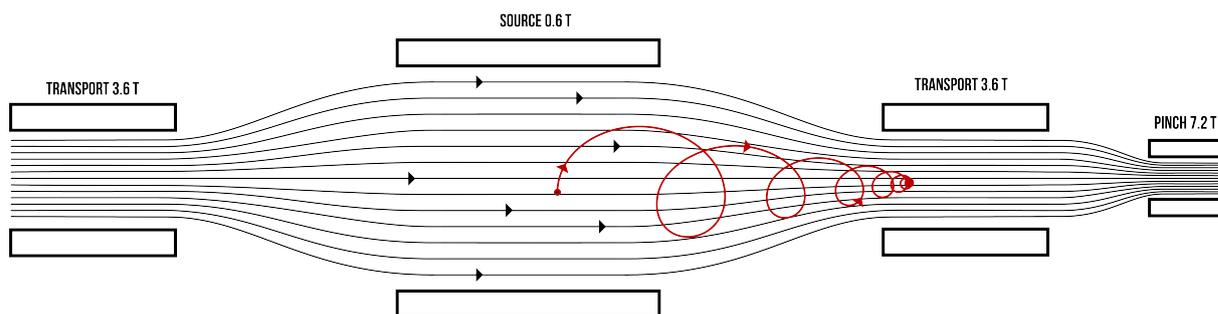


Рис. 2. Схематичное изображение силовых линий магнитного поля в источнике. Поле транспортных магнитов 3.6 Тл, в источнике 0.6 Тл и в пинче 7.2 Тл. Красной линией показана условное движение электрона вылетающего в спектрометр.

# Спектр электронов на установке “Троицк ню-масс”

## Общая структура спектра

Спектр, получаемый на установке отличается от теоретического спектра, который можно ожидать из простой теории Ферми [16], в силу ряда причин. Для примера можно привести следующие:

- потери энергии электроном при прохождении через газ в источнике;
- неидеальность разрешающей функции спектрометра;
- зависимость эффективности детектирования от энергии электронов.

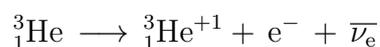
Общий вид результирующего спектра можно представить следующим образом:

$$Sp(U) = \int S(E) \cdot Tr(E) \cdot R(U, E) \cdot dE,$$

где  $S(E)$ - теоретический  $\beta$ -спектр трития,  $Tr(E)$ -функция потерь,  $R(U, E)$ -разрешающая способность,  $E$ -энергия и  $U$ -запирающее напряжение.

## Теоретический $\beta$ -спектр трития

Основной особенностью  $\beta$ -распада является то, что энергетический спектр оказывается сплошным. Распределение энергии между антинейтрино и электроном носит случайный характер, только их сумма должна соответствовать значению  $E_{max}$  - разностью энергии материнского и дочернего ядра. Для трития эта величина равна 18,59 KeV, из них на электрон в среднем приходится 5,7 KeV, а на электронное антинейтрино — оставшаяся часть. Распад молекулярного трития можно записать как:



Спектр такого распада в основном определяется объемом фазового пространства  $pE^{tot} p_\nu E_\nu^{tot}$  - импульс и полная энергия электрона и нейтрино соответственно. Одной

из поправок к спектру является Кулоновское взаимодействие вылетевшего электрона и дочернего ядра, которое определяется функцией Ферми  $F(E, Z = 2)$  Тогда спектр  $\beta$ -распада (рис. 3) для нейтрино с массой  $m_\nu$ :

$$\frac{d\Gamma}{dE} = C \cdot F(E, Z = 2) \cdot p \cdot (E + m_e) \cdot (E_0 - E) \cdot \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2},$$

где  $E$  - кинетическая энергия электрона,  $E_0$  - верхняя граница спектра для нейтрино с нулевой массой. Нормировочная константа  $C = \frac{G_F^2}{2\pi^3} \cos^2 \Theta_c |M|^2$ ,  $G_F$ -константа Ферми,  $\Theta_c$  - угол Кабиббо,  $M$  – не зависящий от энергии матричный элемент перехода. Из вида спектра видно что внимательное изучение формы вблизи конечной точки даёт ограничение на массу нейтрино.

Тритий не всегда распадается в основное состояние гелия. Существует целый спектр возбужденных состояний молекулы гелия. Необходимо просуммировать по всем таким состояниям  $(E_i, P_i)$ :

$$S(E) = \sum_i N(E, E_0 - E_i) \cdot P_i$$

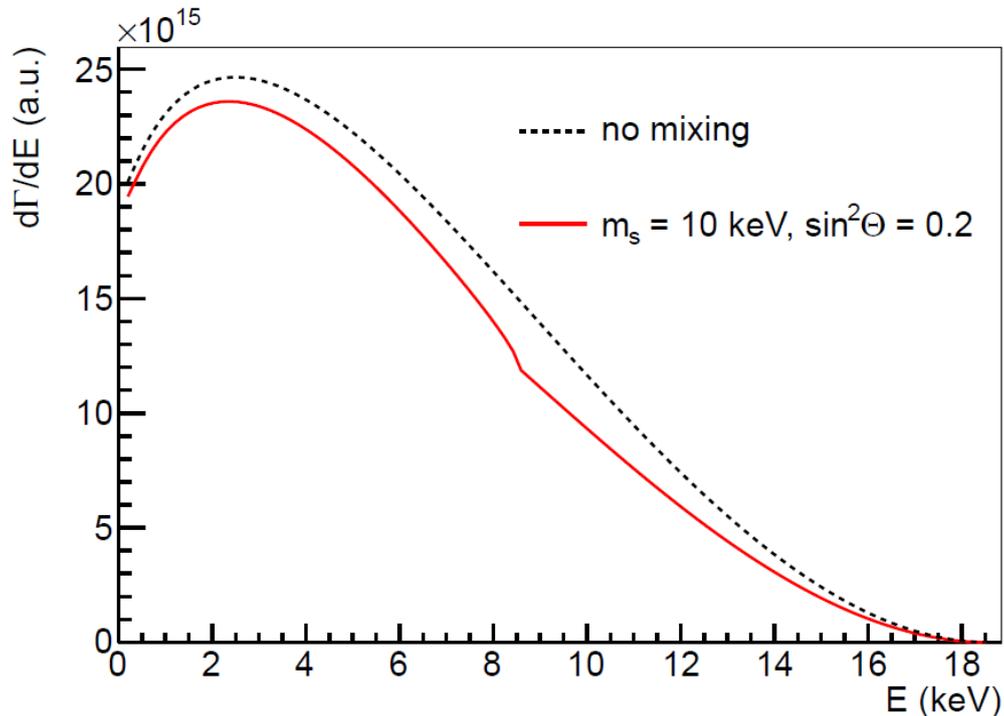


Рис. 3. Теоретический  $\beta$ -спектр трития без смешивания активных и стерильных нейтрино (черные точки) и со смешиванием со стерильным нейтрино массой 10 КэВ и углом смешивания  $\sin^2 \theta = 0.2$  (красная линия). График был построен для эксперимента KATRIN [7].

## Функция потерь

При распаде трития в источнике электронам еще предстоит преодолеть путь до спектрометра (длина источника 3 м). Так как в источник впрыскивается газообразный тритий, то существует вероятность неупругого рассеяния на молекулах трития (упругое рассеяние не меняет энергии электрона и в данном случае не играет роли). Под неупругим рассеянием будем подразумевать возбуждение электронных оболочек и ионизацию газа.

Для уточнения спектра неупругого рассеяния электронов был проведен эксперимент на установке “Троицк ню-масс” [13]. Электроны генерировались электронной пушкой с энергией 14, 17, 18.7, 19 и 25 КэВ. В качестве мишени использовался газообразный тритий и водород, которые поочередно впрыскивались в тритиевый источник. Электроны с заданной энергией пролетали сквозь источник в спектрометр и по разнице начальной энергии и детектируемой можно сделать измерения спектра потерь. В результате эксперимента разницы между спектром потерь на водороде и тритии выявлено не было. Спектр потерь энергии для трития имеет ярко выраженный пик (рис. 4), соответствующий 12.8 эВ - потери на возбуждение и ионизационный хвост. Второй пик связан с вкладом двойного рассеяния. Так же существует малая вероятность многократного (более, чем двойного) рассеяние.

Функция потерь не ограничивается многократным неупругим рассеянием. Существует еще одна поправка, которая вносит значимый вклад и начинает доминировать при энергиях больше 100 эВ. Это и есть трешинг эффект, речь о котором пойдет дальше.

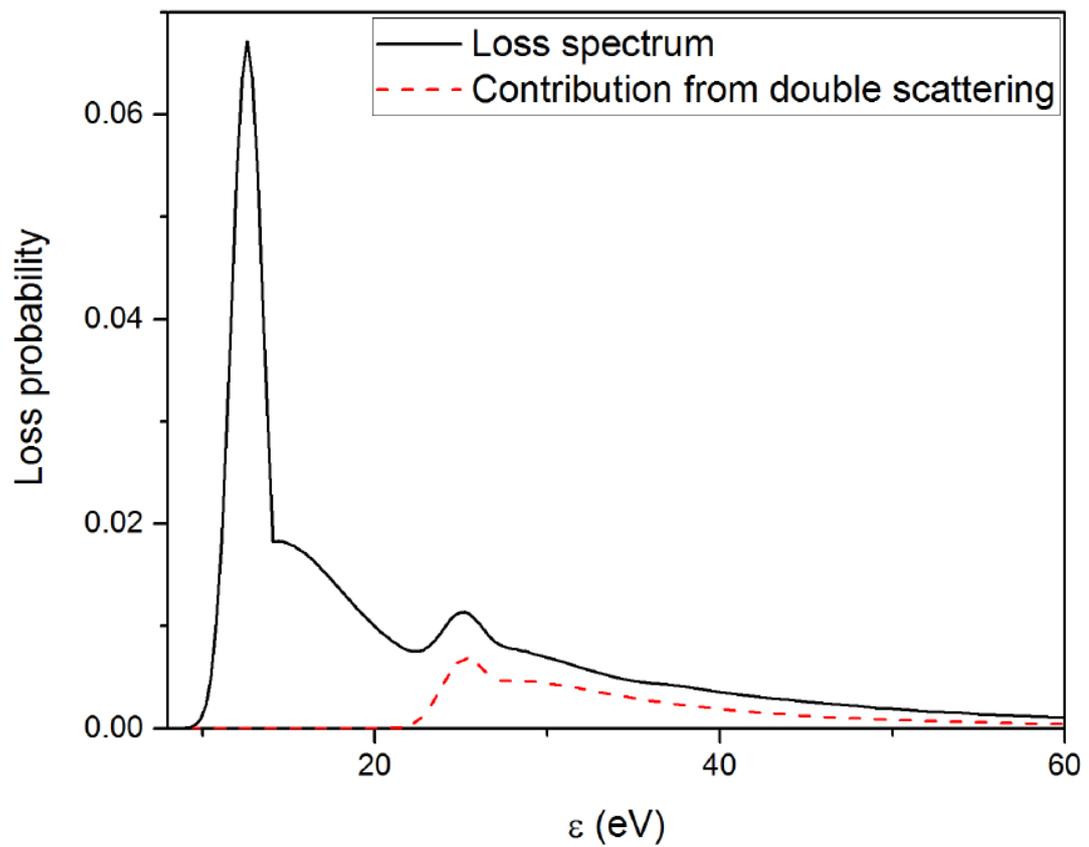


Рис. 4. Спектр потерь энергии при пролете электрона через источник наполненный газообразным водородом. На графике виден вклад двойного рассеяние и ионизационный хвост

# Механизм запираания электронов

Третьевый источник представляет собой магнитную ловушку рис. 2, в центре которой создается поле до 0.6 Тл, в транспортных каналах 3.6 Тл, а в области пинча достигает 7.2 Тл. Так как  $\beta$ -распад трития происходит изотропно, то в общем случае скорость электрона после распада можно разложить на две компоненты: вдоль поля  $\mathbf{v}_{\parallel}$  и перпендикулярно ему  $\mathbf{v}_{\perp}$ . В центре источника поле почти однородно и движение электрона можно представить как движение вдоль силовых линий с продольной скоростью и вращение в перпендикулярной плоскости с частотой  $\omega = -\frac{eB}{mc}$ .

Если поле слабо неоднородно, то можно говорить о сохраняющихся величинах-адиабатических инвариантах. Одной из таких величин является магнитный момент:  $\mu = \frac{-mv_{\perp}^2}{2B} = \text{const}$  ([14]).

При движении частицы в область сильного магнитного поля увеличивается вектор индукции  $\mathbf{B}$ , а так как величина  $\frac{v_{\perp}^2}{B}$  -сохраняется, то поперечная скорость  $\mathbf{v}_{\perp}$  растет. Магнитное поле не меняет кинетической энергии, то есть полная скорость  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{v}_{\parallel}$  - сохраняется, значит уменьшается продольная скорость электрона и в какой-то момент частица может отразиться назад.

Найдем условия отражения частицы. Если  $\mathbf{v}$  - полная скорость, а  $\theta$  - угол наклона к линии магнитного поля, то  $\mathbf{v}_{\perp} = v \sin \theta$ , что приводит к

$$\frac{\sin^2 \theta}{B} = \frac{\sin^2 \theta_0}{B_0} = \text{const}$$

Здесь индексами нуль обозначено положение условно принятое за исходное. Таким образом частица отражается от магнитного поля, если  $\theta$  достигнет  $90^\circ$ . Это произойдет когда  $\sin \theta_0 = \sqrt{\frac{B_0}{B}}$ .

Как видно из рис. 2 существует две области от которых может отразиться электрон. Первая область - это усиление поля между источником и областью магнитной транспортировки. Как показано выше, существует фиксированный угол:

$$\theta_{\text{accepted}} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{B_{\text{source}}}{B_{\text{pinch}}}}\right) = 16.8^\circ,$$

для которого выполнено следующее: если угол между скоростью электрона и осью источника меньше  $\theta_{\text{accepted}}$ , то электрон влетает в область транспортных магнитов. Если угол скорости электрона больше, то электрон отражается от магнитного поля

обратно в источник.

Вторая область - это переход между транспортными магнитами и пинчем. В этом случае получаем значение угла:

$$\theta_{reflected} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{B_{source}}{B_{transp}}}\right) = 24.1^\circ$$

Условия аналогичны первой области: электрон может вылететь в спектрометр или отразиться назад, если угол больше или меньше  $\theta_{reflected}$  соответственно.

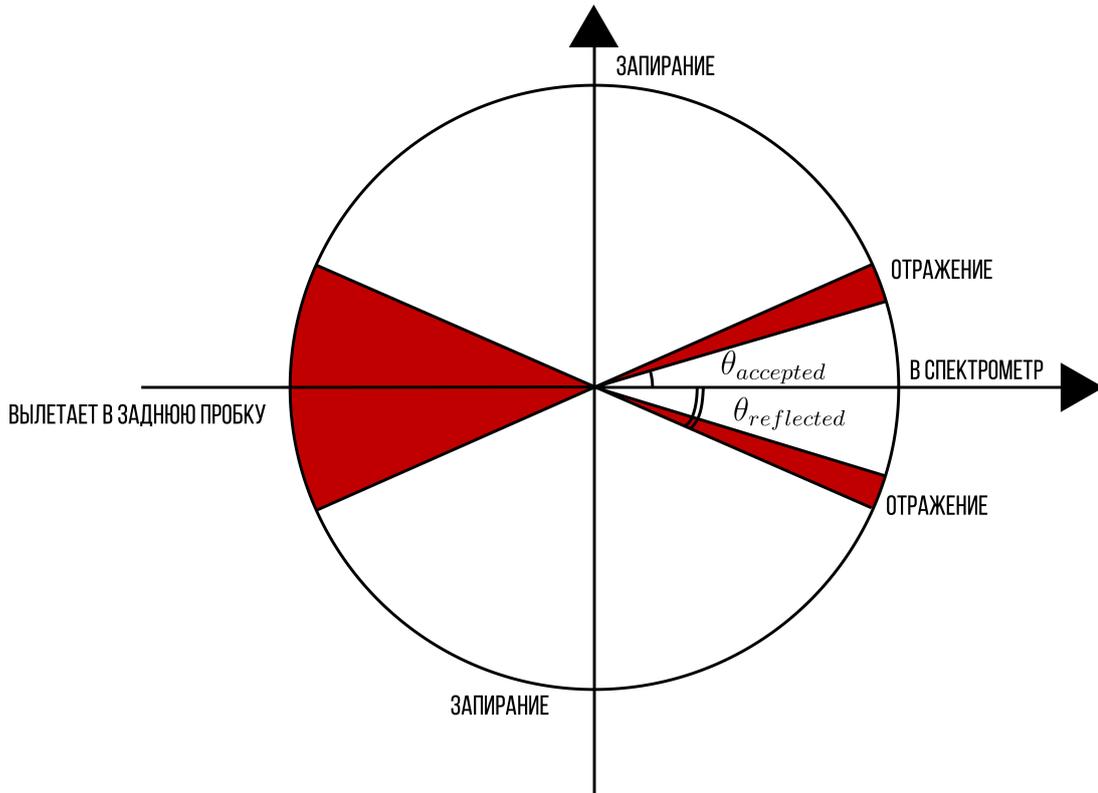


Рис. 5. Распределение электронов по углам. В зависимости от начального угла (или угла после упругого соударение) электрон может вылететь в спектрометр, оказаться запертым в источнике или вылететь в заднюю пробку (обозначено красным цветом).

Общую схему записания электронов можно представить следующим образом (рис. 5):  $\theta_{accepted}$  - максимальный угол по отношению к оси, при котором электрон, вылетает из источника и попадает в спектрометр.  $\theta_{reflected}$  - минимальный угол, при котором происходит отражение электрона от магнитной пробки источника, что приводит к запираению электрона.

Так как магнитное поле не совершает работы, электрон может находиться в ловушке практически неограниченное время (при отражении угол между импульсом электрона и осью источника не изменяется по величине). Этого не происходит из-за наличия в источнике газа (третия и водорода). При рассеянии на газе угол между осью и скоростью может меняться и электрон может попасть в разрешенную область (проскочить в спектрометр) или в запрещенную (выскочить в заднюю пробку). Так-

же, при взаимодействии с газом, электрон постоянно теряет энергию.

Важно отметить, что за счет рассеяния только на малые углы запертый электрон не может попасть в спектрометр, потому что для этого ему нужно за одно столкновение изменить свой угол на величину большую, чем  $\theta_{reflected} - \theta_{accepted} = 24.1^\circ - 16.8^\circ = 7.3^\circ$

# Упругое рассеяние

Одним из процессов, которые надо рассмотреть для построения модели заширания, является квазиупругое рассеяние электронов на ядрах. Для рассеяния быстрых электронов на атомах можно воспользоваться борновским приближением, что даёт дифференциальное сечение рассеяния [15] (рис. 6):

$$d\sigma = \frac{4m^2 e^4}{\hbar^4 q^4} (Z - F(q))^2 d\Omega, \quad q = \frac{2mv}{\hbar} \sin \frac{\nu}{2}$$

где  $F(q) = \int n e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} dV$  - атомный формфактор, являющейся функцией угла рассеяния и скорости падающего электрона. Величина  $n(\mathbf{r})$  есть плотность электронного заряда в атоме.

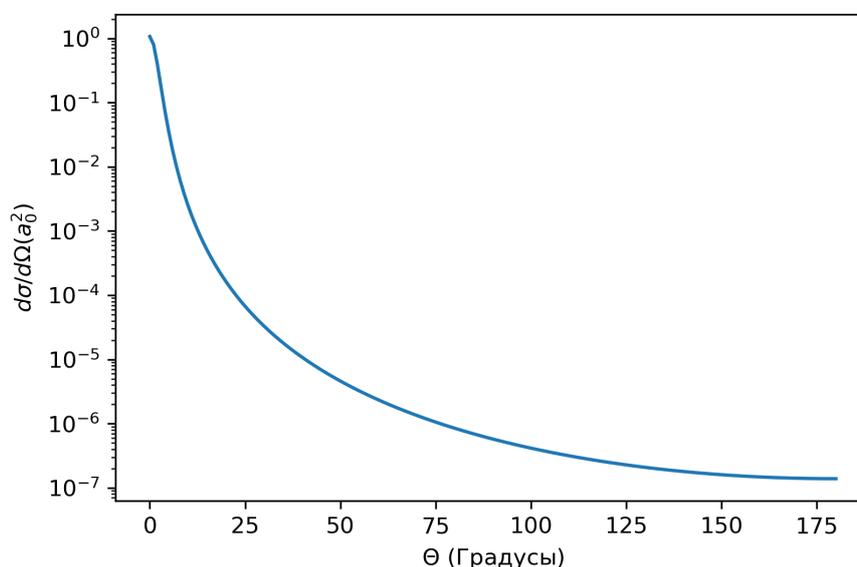


Рис. 6. Дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов на водороде для энергии 18 КэВ в единицах  $a_0^2$ .

Основной особенностью упругого рассеяния является малое изменение энергии налетающего электрона и большое изменение угла, что приводит к изменению направления движения. Как мы показали раньше, в случае изменения угла более  $7.3^\circ$  частица может вылететь в спектрометр. Рассмотрим скорость вылета электронов из

источника.

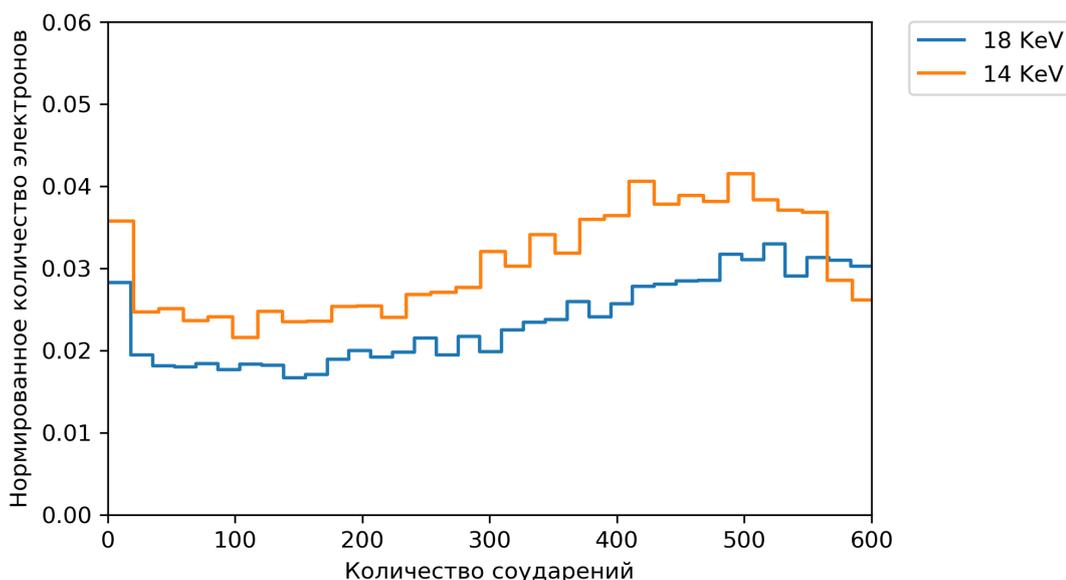


Рис. 7. График зависимости количества вылетевших в спектрометр электронов от количества соударений, которые они претерпели до вылета. Симуляции производились для 14 и 18 КэВ. Число электронов нормировались на общее число вылетевших сразу после распада электронов.

Среднее число вылетевших электронов почти не зависит от числа соударений (для диапазона до 300 соударений), который претерпел электрон до вылета из ловушки (рис. 7). Диапазон до 300 соударений оказывается наиболее важен, так как он соответствует диапазону энергий измерений в текущих экспериментах 14-18 КэВ (в среднем за 200 соударений электрон теряет 4 КэВ энергии за счет неупругих соударений). Так как между соударениями проходит в среднем равные промежутки времени, то можно сделать вывод, что электроны равномерно вылетают из ловушки. То есть скорость испарения запертых электронов не зависит от времени.

На рис. 7 в области более 300 соударений (а значит для маленьких энергий) виден небольшой рост и отличие от константы. Это связано с зависимостью отношений сечений упругих и неупругих соударений от энергии, о чем подробнее будет в пункте энергетическая зависимость константы запираения.

Энергия частиц при упругом рассеянии в поле ядра почти не меняется. Если в симуляции выключить неупругие соударения, то результатом будет равномерный вылет электронов без изменения энергии. Другими словами за равные промежутки времени будет вылетать одинаковое количество электронов с их начальной энергией.

# Неупругое рассеяние

Под неупругим рассеянием электронов будем подразумевать возбуждение и ионизацию молекулы трития. Характерной особенностью является малое изменение угла электрона, при относительно больших изменениях энергии. Сечение ионизации для водорода, наиболее точно соответствующие с экспериментальными данными, было предоставлено Лотцом [17]:

$$d\sigma_{ion} \propto \frac{\log(\frac{E}{I})}{E \cdot I} [1 - b \cdot e^{-c(\frac{E}{I}-1)}],$$

где  $E$ -энергия электрона,  $I$ - потенциал ионизации,  $b$  и  $c$  -численные константы. Для энергий сильно превышающих потенциал ионизации формула имеет вид:

$$d\sigma_{ion} \propto \frac{\log(\frac{E}{I})}{E \cdot I}$$

На самом деле про неупругое соударение уже шла речь, когда мы обсуждали функцию потерь. Спектр потерь энергии показан на рис. 4, из которого видно что средние потери за одно неупругое соударение примерно равны. При чем в данном случае нас интересует не весь пролёт электрона через источник, а только одно соударение, так что вклад многократного рассеяние можно не учитывать.

Предположим, что теперь мы выключили упругие столкновения с ядрами трития. Тогда застрявшие электроны не смогут вылететь из ловушки и будут постепенно терять энергию из-за неупругого рассеяния. Так как средние потери за одно неупругое соударение примерно равны, то средняя энергия электронов будет равномерно падать со временем.

# Моделирование

При  $\beta$ -распаде распределение энергии между антинейтрино и электроном носит случайный характер, только их сумма должна соответствовать значению  $E_{max}$  - разностью энергии материнского и дочернего ядра. Отсюда следует, что нельзя сделать прямые измерения трешпинг эффекта, так как невозможно отделить электроны, вылетевшие напрямую от вылетевших после застревания. Для решение этой задачи была написана симуляция на языке программирования Kotlin, использующая методы Монте-Карло моделирования. Можно предположить, что GEANT справится с этой задачей лучше, но в него не заложена низкоэнергетическая физика, и соответственно нет возможности смоделировать трешпинг эффект при наших значениях энергии и давления в источнике.

Основная сложность в моделировании трешпинг-эффекта заключается в том, что требует генерировать большое количество (по крайней мере  $10^6$ ) треков большой длины (треки могут достигать 100 км). Решение такой задачи в стандартных системах, решающих дифференциальные уравнения на конечных элементах может занимать длительное время.

С целью сократить расчетное время используется аналитическое приближение для движения электронов. То есть упрощенный алгоритм, учитывающий тот факт, что между отражениями от магнитных пробок, электрон движется строго вдоль силовых линий (для простоты считаем, как будто пинч магнит стоит прямо на переднем выходе из источника). Изменения параметров возможны только при столкновении электрона с молекулой газа. Для расчета изменения угла и энергии при столкновении электронов с атомами водорода используется код предоставленный Sebastian Voecking и Ferenc Glueck, немного модифицированный для параллельных вычислений.

Таким образом алгоритм моделирования следующий:

1. Генерируем электрон в объеме источника.
2. Рассчитываем длину свободного пробега, используя сечения из программы Глюка.
3. Если на длине свободного пробега происходит отражение, проверяем, не вылетел ли электрон из источника вперед или назад . Если электрон вылетел, то обрываем трек.

4. Моделируем столкновение, используя код Глюка. При этом выбрасывается случайное число, которое отвечает за то какое (упругое или неупругое) соударение произошло, в соответствии с сечениями рассеяния.
5. Повторяем все, начиная с пункта 2 пока электрон не вылетит или пока его энергия не станет ниже нижней границы, заданной в симуляции.

Код и документация по моделированию трэппинг-эффекта доступны в репозитории [20].

## Сравнение с точным трекингом

Недостатком упрощенного трекинга является то, что он не учитывает взаимодействия в магнитных пробках, где поле сильно больше, чем поле в объеме источника. Движения электрона в переходных областях может быть довольно сложным и запутанным, к тому же в области сильного, но слабо неоднородного поля возникает магнитный дрейф в направлении бинормали к полю. Вычисление всех треков соответственно занимает большое количество времени и ресурсов. Геометрический размер таких областей относительно мал (около 5 см по сравнению с 3-х метровым источником), но поле там значительно больше. Как показано выше, при увеличении поля продольная скорость электронов становится меньше, поэтому электрон в среднем проводит там гораздо больше времени и, соответственно, вероятность рассеяния в пробках больше, чем вероятность рассеяния в других точках источника.

С целью изучить как влияют переходные области на вероятность вылета электрона (а значит и на трекинг эффект) было проведено дополнительное моделирование с использованием точного трекинга и карты полей. Такое моделирование возможно только в узком диапазоне энергий, так как требует большое количество вычислений. Сравнение результатов точного трекинга и аналитического приближения показана на рис. 8. В итоге разница в двух подходах не наблюдается, а значит приближение зеркального отражения от магнитных пробок и пренебрежение магнитным дрейфом даёт правильный результат.

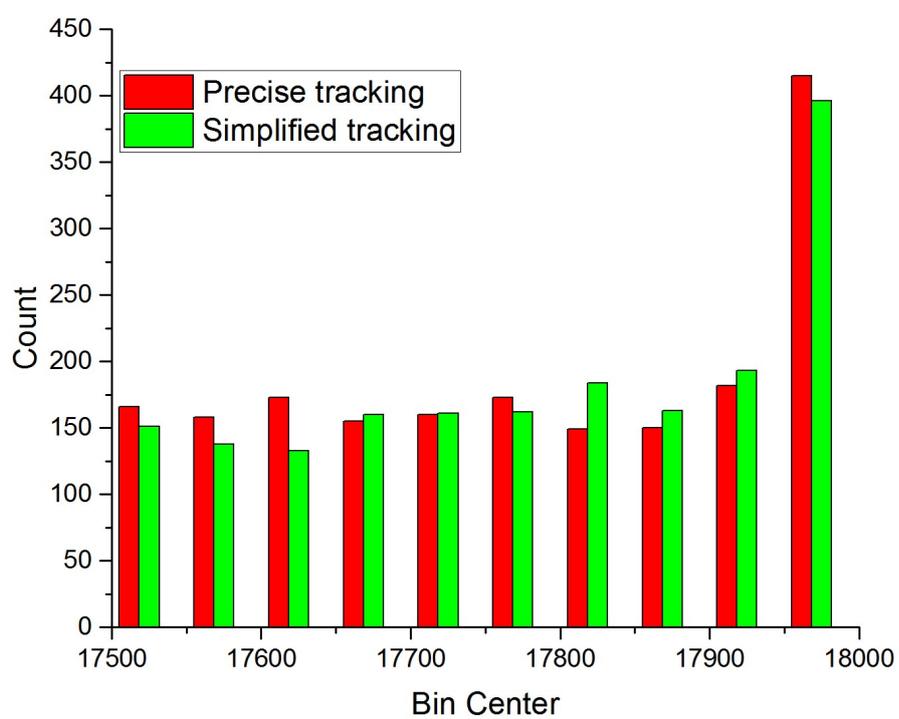


Рис. 8. Сравнение точного трекинга и аналитического приближение в узком диапазоне энергий 17.5-18 КэВ. Разница в подходах не наблюдается.

# Результаты симуляции

Конечные результаты симуляции можно представить в виде спектра вылетевших электронов (рис. 9), где  $\epsilon$  - разница начальной и конечной энергии. Количество вылетевших электронов не зависит от энергии, то есть спектр является константой. Как отмечалось выше, скорость испарения запертых электронов из ловушки не зависит от количества соударений. А также равны средние потери электрона за одно неупругое соударение. То есть вылетает равное количество электронов во всем диапазоне энергий.

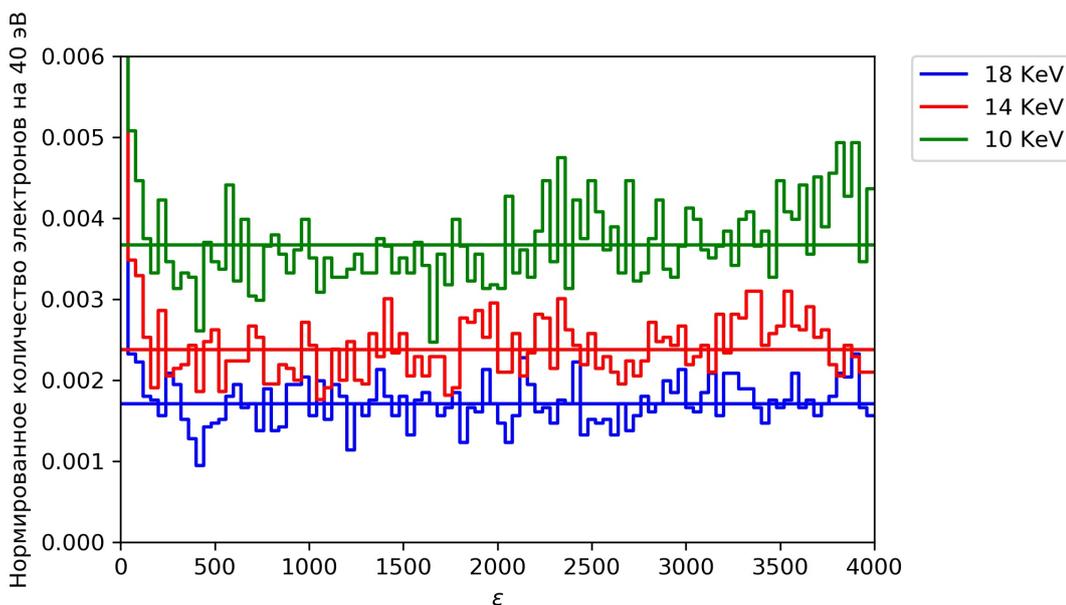


Рис. 9. Спектр вылетевших электронов в диапазоне 4 КэВ.  $\epsilon$  - разница начальной энергии симуляции и энергии при которой электрон вылетает в спектрометр. Число электронов нормировались на общее число вылетевших сразу после распада электронов

Если отходить от диапазона экспериментальной установки и рассматривать малые энергии вылетевших электронов, то увидим (рис. 10) что спектр остаётся константой только в диапазоне от 10-12 КэВ.

При малых энергиях сечение ионизации начинает превосходить сечение упругого

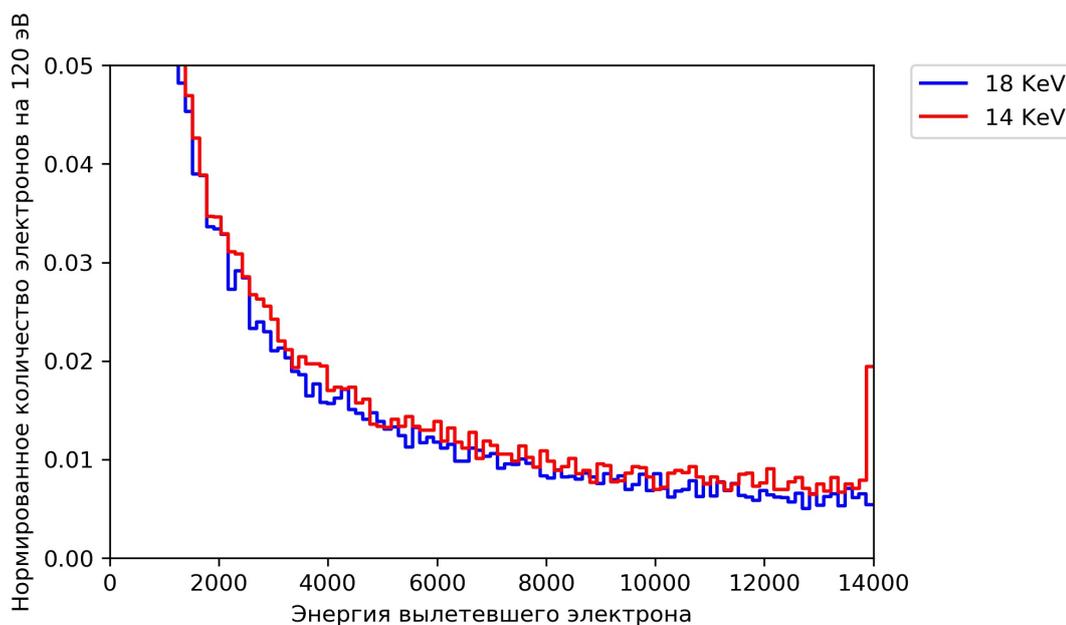


Рис. 10. Спектр вылетевших электронов в диапазоне 1-14 КэВ. Число электронов нормировались на общее число вылетевших сразу после распада электронов.

рассеяние, так как

$$d\sigma_{ion} \propto \frac{1}{E}$$

$$d\sigma_{elastic} \propto \frac{1}{E^2}$$

Из графика отношений сечения упругого и неупругого рассеяние (рис. 11) видно, что при энергиях 14-20 КэВ отношения сечений растёт медленно. А при малых энергиях сечение неупругого рассеяние начинает доминировать. В следствие чего происходит больше неупругих соударений, чем на бóльших энергиях. В итоге при малых энергиях мы видим “рассинхронизацию” между скоростью вылета электронов и потерями энергии. Другими словами вылетают больше электронов с меньшей энергией. На экспериментальные данные это никак не повлияет, так как такие электроны не пройдут запирающее напряжение.

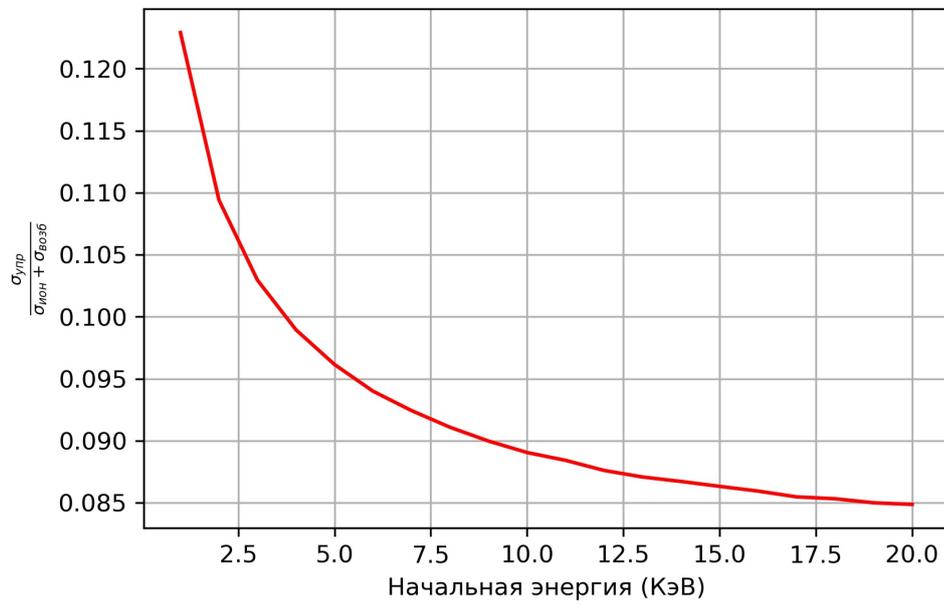


Рис. 11. Отношения сечений упругого и неупругого рассеяния ( $\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{ион} + \sigma_{exc}}$ ) для разной начальной энергии электрона.

# Энергетическая зависимость константы запираания

Как показано выше спектр вылетевших электронов константа, и наблюдается зависимость этой константы от начальной энергии электронов (рис. 9). График зависимости величины этой константы (для усреднение в диапазоне 4 КэВ) показан на рис. 12. Эта зависимость объясняется тем, что соотношения сечений неупругих и квазиупругих реакций (рис. 11) зависит от исходной энергии электрона. Как отмечалось выше, при уменьшение энергии сечение неупругого рассеяние начинает доминировать и вылетает больше электронов с меньшей энергией.

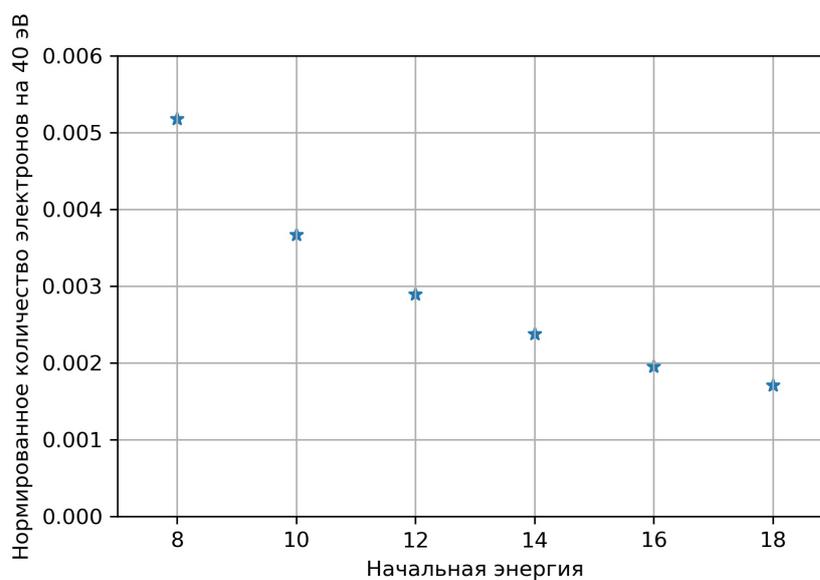


Рис. 12. Зависимость константы запираания. Число электронов нормировались на общее число вылетевших сразу после распада электронов.

# Влияние на поиск стерильных нейтрино

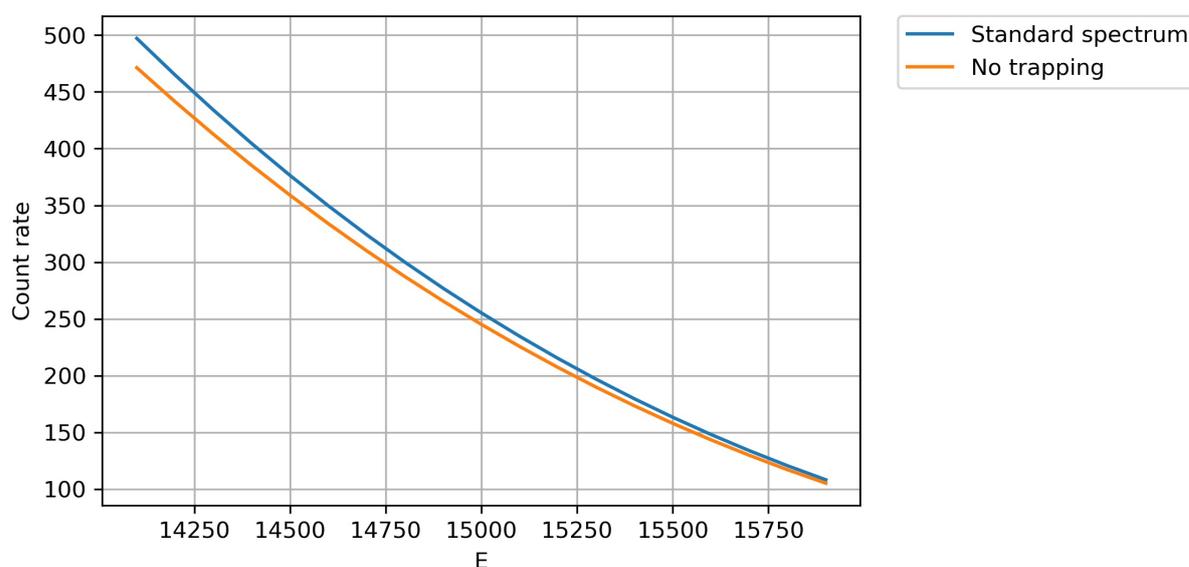


Рис. 13. Спектр электронов с учетом трэппинг эффекта и без. Поправка на трэппинг эффект становится критичной для поиска стерильного нейтрино.

Несмотря на то, что форма спектра трэппинг-эффекта хорошо восстанавливается при помощи моделирования, его амплитуда зависит от сечений взаимодействия и магнитных полей, значения которых известны с ограниченной точностью.

В работах по поиску массы электронного нейтрино ([12]) влияние трэппинга была невелико, поэтому систематическую ошибку, связанную с этим эффектом грубо оценивали в 20% от величины эффекта. Для работы с тяжелыми нейтрино такой качественной оценки явно недостаточно (см. рис. 13). Систематическая ошибка, связанная с неопределенностью параметра трэппинга в 1% приведена на рис. 14 точечной линией.

При известной форме спектра запертых электронов, амплитуда может быть получена непосредственно из эксперимента. На рис. 14 пунктирной кривой приведена статистическая ошибка, которая получается если амплитуду трэппинг эффекта считать свободным параметром наряду с параметром смешивания тяжелого нейтрино, нормировкой и граничной энергией. Видно, что такой способ учета трэппинг-эффекта дает меньшую ошибку чем задание фиксированного значения. Кроме всего прочего,

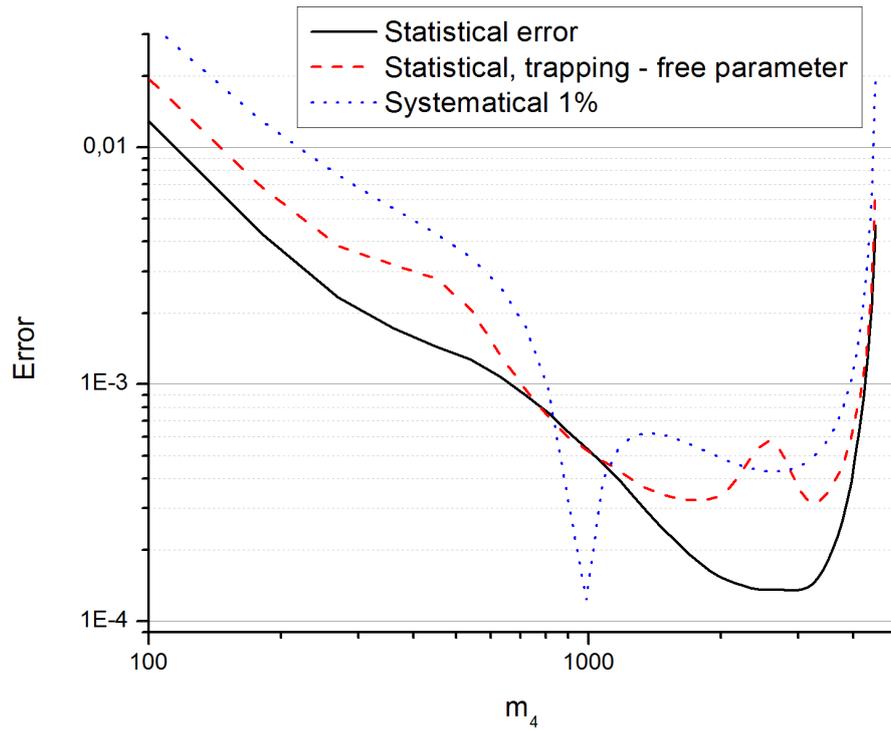


Рис. 14. Вклад эффекта запираия в систематическую ошибку по восстановлению примеси стерильного нейтрино. Черной прямой отмечена статистическая погрешность для выбранной конфигурации, синими точками систематическая ошибка от неопределенности амплитуды трэшинг-эффекта в 1%, красным пунктиром - погрешность с амплитудой запираия как свободным параметром.

ошибка, обозначенная пунктиром является статистической и следовательно убывает с ростом статистики, в то время как точечная кривая соответствует систематической ошибке и не изменяется при увеличении количества данных.

# Заключение

Главной целью всей работы является изучение причин появления эффекта запертия электронов в газообразном тритиевом источнике и моделирование поведения запертых электронов при вылете из ловушки. Основные результаты работы можно сформулировать так:

1. Изучены причины запертия и вылета электронов из магнитной ловушки.
2. Получен спектр потерь вылетающих из ловушки электронов. Для начальных энергий в диапазоне 10 - 18 КэВ и для диапазона потерь до 4 КэВ спектр можно аппроксимировать константой. (рис. 9).
3. Амплитуда спектра зависит от отношения сечений квазиупругих и неупругих реакций (рис. 11).
4. Отношения сечений зависит только от начальной энергии, поэтому наблюдается зависимость константы от начальной энергии (рис. 12).
5. Изучено поведение спектра вне диапазона экспериментальной установки (рис. 10).
6. Треппинг эффект имеет ключевое значение для интерпретации данных установки "Троицк ню-масс" по поиску стерильных нейтрино (рис. 13).

# Литература

- [1] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos, Phys. Rev. Lett. 81, 1562–1567 (1998)
- [2] M. H. Ahn, et al (K2K Collaboration) (2006). "Measurement of Neutrino Oscillation by the K2K Experiment". Phys.Rev.D74:072003, arXiv:hep-ex/0606032v3
- [3] Q. R. Ahmad et al. (SNO Collaboration), Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory, Phys. Rev. Lett. 89,011301 (2002)
- [4] K.N. Abazajian et al., Light Sterile Neutrinos: A White Paper, arXiv:1204.5379, 2012
- [5] Д. С. Горбунов, Стерильные нейтрино и их роль в физике частиц и космологии, УФН, 2014, том 184, номер 5, 545–554
- [6] A White Paper on keV Sterile Neutrino Dark Matter. Editors: M. Drewes, T. Lasserre, A. Merle, S. Mertens
- [7] Sensitivity of Next-Generation Tritium Beta-Decay Experiments for keV-Scale Sterile Neutrinos. S. Mertens; d T. Lasserre; c S. Grohd G. Drexlin d; f A. Huber d A. W. P. Poon M. Steidl d N. Steinbrinke C. Weinheimer. arXiv:1409.0920v2 [physics.ins-det] 14 Dec 2014
- [8] L. Gastaldo, K. Blaum, A. Doerr, C. Duellmann, K. Eberhardt et al., The Electron Capture 163Ho Experiment ECHO: an overview, J.Low Temp.Phys. 176 (2014) 876–884, [1309.5214].
- [9] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko and T. Kirsten, Reanalysis of the GALLEX solar neutrino flux and source experiments, Phys. Lett. B685 (2010) 47–54, [1001.2731].
- [10] SAGE collaboration, J. N. Abdurashitov et al., Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III: Results for the 2002–2007 data-taking period, Phys.Rev. C80 (2009) 015807, [0901.2200].
- [11] Search for heavy neutrinos in  $K \rightarrow \mu^+ \nu_H$  decays. Phys. Rev. D 91, 052001 (2015) 10.1103/PhysRevD.91.052001. arXiv:1411.3963

- 
- [12] An upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment. Phys. Rev. D 84 (2011) 112003. arXiv:1108.5034
- [13] Electron scattering on hydrogen and deuterium molecules at 14-25 keV by the "Troitsk nu-mass" experiment. arXiv:1603.04243
- [14] Сивухин Д.В. Общий курс физики, Том 3. Электричество. Стр 364.
- [15] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, Том 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория) 5-е издание. стр. 697
- [16] F. Simkovic, R. Dvornicky, and Amand Faessler, Exact relativistic tritium beta-decay endpoint spectrum in a hadron model, Phys. Rev. C 77, 055502 (2008)
- [17] W. Lotz, Electron-impact ionization cross-sections and ionization rate coefficients for atoms and ions from hydrogen to calcium, Zeitschrift für. Physik 216 (1968), no. 3 241–247
- [18] Final results of the OPERA experiment on  $\nu_\tau$  appearance in the CNGS beam. arXiv:1804.04912
- [19] Neutrino Oscillations with MINOS and MINOS+. arXiv:1601.05233
- [20] Код и документация по моделированию трэшинг-эффекта:  
<https://bitbucket.org/sms-inr/trapping>